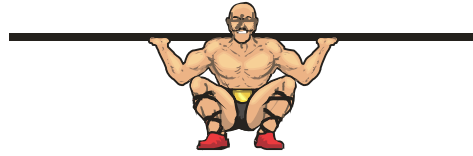
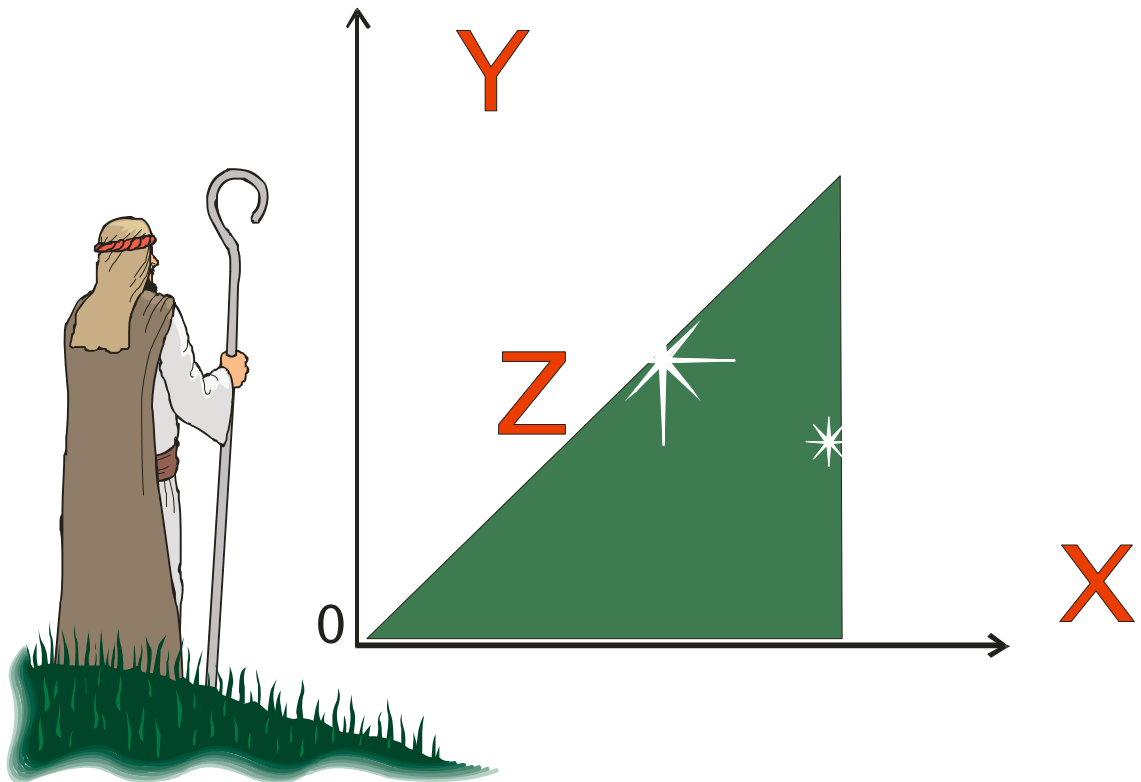


Э.Г. Фильчев



Система координат и m параметры



Фильчев Э. Г.

**Система координат
и
тп параметры**

**Ленинградская область г.Приозерск
2011**

Предисловие

Практические результаты использования Системы mn параметров

Это предисловие имеет целью раскрыть практические результаты использования разработанной автором Системы mn параметров, что позволит читателю принять решение о необходимости более подробного изучения предлагаемой работы (см. сайт fgg-fil1.narod.ru).

Базовые основы системы mn параметров

Система mn параметров, разработанная автором, представлена в виде ряда отдельных статей, каждая из которых имеет законченный вид с целью ограничения ссылок на другие статьи. Следует указать, что весь последующий материал разработан лично автором и его приоритет подтверждается открытыми публикациями 1981-1982г.г. (см., например, Указатель поступлений информационных материалов. ЦИВТИ МО. Серия Б, вып. 7, 1982г. Д 5422-Д 5423).

Система mn параметров имеет следующие базовые основы

- **Теорема 1.** О замкнутости цикла процедуры последовательного взаимного вычитания сторон треугольника, если цикл начинается с одной из вершин исходного треугольника.
- 2 Восемь вариантов значений параметров mn (Табл.1).
- 3. **Теорема 2.** О замкнутости цикла процедуры последовательного взаимного вычитания сторон треугольника, если цикл начинается с точки, лежащей на любой стороне исходного треугольника (см. Сайт fgg-fil1.narod.ru/fmatkst.doc).
- 4. Итерационные формулы, с помощью которых реализуется возможность создания деревьев и массивов упорядоченных множеств (рациональных точек, иррациональных точек, рациональных лучей и др.)

Теорема циклов для треугольников

Теорема 1 Для любого треугольника цикл последовательного взаимного вычитания сторон всегда ограничен пятью шагами. Или иначе “Если для трех чисел выполняется условие – любое число меньше суммы двух других чисел, то цикл последовательного взаимного вычитания сторон всегда ограничен пятью шагами”.

Доказательство Пусть имеем произвольный треугольник ABC (Рис.1). При этом AC - большая сторона. Шаг 1 $AC - AB = d$, Шаг 2 $BC - d = BC - AC + AB = c$, Шаг 3 $AB - c = AB - BC + AC - AB = AC - BC = b$, Шаг 4 $AC - b = AC - AC + BC = BC$, Шаг 5 $BC - BC = 0$. Цикл окончен (замкнулся).

Результат

$AC = b + c + d$	(1)
$AB = b + c$	(2)
$BC = d + c$	(3)

Вывод Стороны любого исходного треугольника объективно выражаются двумя параметрами (b, d) . Параметр $c = \varphi(b, d)$.

Теорема циклов для прямоугольного треугольника

Прямоугольный треугольник, являясь экстремальным случаем косоугольного треугольника, имеет особое значение в математике в связи с тем, что координаты любой точки в прямоугольной системе координат связаны между собой этим координатным треугольником. Поэтому

координаты точки любой функции, представленные в системе координат, объективно обладают свойствами прямоугольного треугольника. Пусть имеем прямоугольный треугольник ABC(Рис.1) с взаимно-простыми целочисленными сторонами. Числа, удовлетворяющие значениям сторон таких треугольников в современной математике принято называть пифагоровой тройкой. Пифагорова тройка (4,3,5)- самый простой и наиболее известный пример. В археологической коллекции Колумбийского университета хранится клинописная табличка, датируемая приблизительно 1500 г. До н.э.. В этой табличке указана тройка (6480,4961,8161). Эта тройка со всей достоверностью показывает, что список был составлен каким-то методом, отличным от метода проб и ошибок; значит, древние вавилоняне обладали каким-то способом нахождения таких троек...знали теорему Пифагора за тысячу лет до Пифагора... [Г.Эдвардс. Последняя теорема Ферма, Генетическое введение в алгебраическую теорию чисел. Изд. МИР.М. 1980. Стр.17].

Известный польский математик В.Серпинский в своих работах называет такие тройки основными пифагоровыми треугольниками (ПТ). Далее будем использовать эту терминологию.

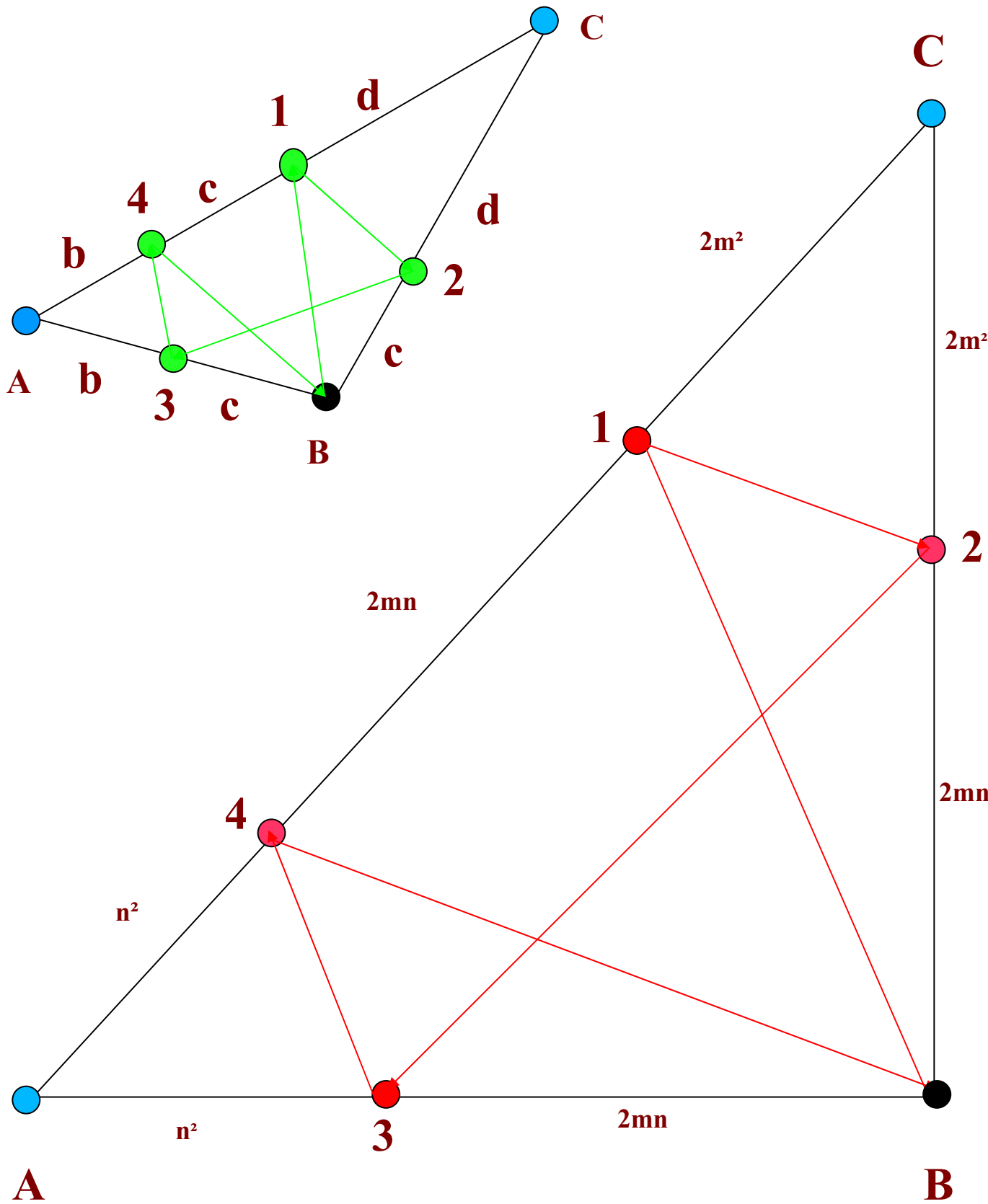


Рис.1 Замкнутый цикл процедуры взаимного вычитания сторон треугольника

Тайна теоремы Пифагора

Теорема Пифагора, как много о ней написано различных трудов, как много вариантов доказательств ее объективности. Однако, существуют вопросы
Какова предистория рождения теоремы Пифагора ?

Что явилось базовой основой этой теоремы ?

Для рассмотрения этого вопроса необходимо принять определенные исходные данные, которые имели и могли иметь древние.

1. Так, за 1500 лет до Пифагора древние египтяне знали о том, что треугольник со сторонами 3, 4 и 5 является прямоугольным, и пользовались этим свойством для построения прямых углов при планировке земельных участков и сооружений зданий.

2. Допустим, что они знали и свойство цикличности значений сторон треугольника (см. Теорема 1).

3. Допустим, что они заметили (эмпирическим путем), свойства сторон треугольников с взаимно-простыми целочисленными сторонами. Рассмотрим треугольник (6480, 4961, 8161). Здесь $Z = 8161$ - гипотенуза, $X = 6480$, $Y = 4961$ - катеты.

$$\rightarrow Z - X = 8161 - 6480 = 1681 = 41^2$$

$$\rightarrow Z - Y = 8161 - 4961 = 3200 = 2 \cdot 1600 = 2 \cdot 40^2$$

$$\rightarrow X + Y - Z = 6480 + 4961 - 8161 = 3280 = 2 \cdot 41 \cdot 40.$$

4. Обозначим $Z - X = n^2$ (4)

$$Z - Y = 2m^2 \quad (5)$$

$$Z = b + c + d \quad (6)$$

Т.к. $Z - X = b = n^2$, $Z - Y = d = 2m^2$ (см. формулы 1 и 3).

$$\rightarrow Z = b + c + d = n^2 + c + 2m^2, \quad X = d + c = 2m^2 + c, \quad Y = b + c = n^2 + c.$$

Определим c .

5. Возведем Z в квадрат (считаем, что древние умели это делать)

$$\rightarrow Z^2 = (b + c + d)^2 = (b + c)^2 + 2(b + c) \cdot d + d^2$$

$$\rightarrow Z^2 = (b + c)^2 + 2bd + 2cd + d^2 \rightarrow Z^2 = (b + c)^2 + 2bd + 2cd + d^2 + c^2 - c^2$$

$$\rightarrow Z^2 = (b + c)^2 + (d + c)^2 + (2bd - c^2)$$

$$\rightarrow Z^2 = X^2 + Y^2 + (2bd - c^2). \quad (7)$$

6. Если в формуле (6) принять $c^2 = 2bd$. (8)

то получим два главных уравнения, вытекающих из цикличности сторон прямоугольного треугольника, а именно формулу теоремы Пифагора и

функциональную зависимость параметра c от параметров m, n .

Поэтому, если $c = 2mn$, то $Z^2 = X^2 + Y^2$.

Из приведенного доказательства видно, что свойство замкнутости цикла последовательного вычитания сторон треугольника первично по отношению к теореме Пифагора.

Из формул (4), (5), (6) следует, что для любой точки в прямоугольной системе координат объективно можно записать

$$X = n^2 + 2mn \quad (9)$$

$$Y = 2m^2 + 2mn \quad (10)$$

$$Z = n^2 + 2mn + 2m^2. \quad (11)$$

Автор считает, что замкнутость цикла взаимного вычитания сторон треугольника (теорема 1), формулы (1÷3) и формула $c^2 = 2bd$ и являются тайной теоремы Пифагора *и это было известно древним*. Сохранение этих формул в тайне позволяет решать многие вопросы в математике, не раскрывая основных базовых соотношений и формул, например, составить таблицу (дерево) основных пифагоровых треугольников и др..

В современной математике для нахождения основных пифагоровых троек (основных ПТ) используют формулы

$$X = 2pq, Y = p^2 - q^2, Z = p^2 + q^2$$

(см., например, О. Оре. Приглашение в теорию чисел. Изд.Наука. М.1980.стр.59).

Внимание! 1.Формулы (9), (10), (11) являются аналитическим выражением теоремы цикличности значений сторон прямоугольного треугольника.

2. Для любой точки в прямоугольной системе координат, стороны координатного треугольника объективно выражаются этими формулами.

Таблица вариантов значений параметров mn

На сайте fgg-fil1.narod.ru/fmat2.doc показано, что параметры mn могут быть представлены в виде восьми вариантов значений

№	0	1	2	3
	$Z+x=2m^2$ $z+y=n^2$	$z-x=2m^2$ $z-y=n^2$	$z+x=2m^2$ $z-y=n^2$	$z-x=2m^2$ $z+y=n^2$
X_0	$2mn-n^2$	n^2+2mn	$2mn-n^2$	n^2-2mn
Y_0	$2mn-2m^2$	$2m^2+2mn$	$2m^2-2mn$	$2mn-2m^2$
Z_0	$n^2-2mn+2m^2$	$n^2+2mn+2m^2$	$n^2-2mn+2m^2$	$n^2-2mn+2m^2$
№	4	5	6	7
	$z+x=n^2$ $z+y=2m^2$	$z-x=n^2$ $z-y=2m^2$	$z+x=n^2$ $z-y=2m^2$	$z-x=n^2$ $z+y=2m^2$
X_0	$2mn-2m^2$	$2m^2+2mn$	$2mn-2m^2$	$2m^2-2mn$
Y_0	$2mn-n^2$	n^2+2mn	n^2+2mn	$2mn-n^2$
Z_0	$n^2-2mn+2m^2$	$n^2+2mn+2m^2$	$n^2-2mn+2m^2$	$n^2-2mn+2m^2$

Автор считает, что замкнутость цикла взаимного вычитания сторон треугольника (теорема 1), формулы (1÷3) и формула $c^2 = 2bd$ и являются

тайной теоремы Пифагора и это было известно древним. Сохранение этих формул в тайне позволяет решать многие вопросы в математике, не раскрывая основных базовых соотношений и формул, например, составить таблицу (дерево) основных пифагоровых треугольников и др..

Выводы

1 В системе mn параметров значения сторон прямоугольного треугольника объективно могут быть представлены в виде формул

$$X = n^2 + 2mn, Y = 2m^2 + 2mn, Z = n^2 + 2mn + 2m^2$$

$$Z - X = 2m^2, Z + X = 2 \cdot (n + m)^2$$

$$Z - Y = n^2, Z + Y = (n + 2m)^2$$

2 В прямоугольной системе координат местоположение точки однозначно определяется формулами п.1

3 Представление координат произвольной точки в виде функций от mn параметров открывает ряд новых возможностей в математике.

4 Подтверждение знания древними цикличности сторон треугольника следует искать на старых рисунках и орнаментах.

Подробности на сайте <http://fgg-fil1.narod.ru/fmattco.doc>

Итерационные формулы

Формулы (получены автором)

$$X_{11} = 2Z_0 + 2X_0 + Y_0$$

$$E_1 = : Y_{11} = 2Z_0 + X_0 + 2Y_0 \quad (12)$$

$$Z_{11} = 3Z_0 + 2X_0 + 2Y_0$$

$$X_{12} = 2Z_0 - X_0 + 2Y_0$$

$$E_2 = : Y_{12} = 2Z_0 - 2X_0 + Y_0 \quad (13)$$

$$Z_{12} = 3Z_0 - 2X_0 + 2Y_0$$

$$X_{13} = 2Z_0 + 2X_0 - Y_0$$

$$E_3 = : Y_{13} = 2Z_0 + X_0 - 2Y_0 \quad (14)$$

$$Z_{13} = 3Z_0 + 2X_0 - 2Y_0$$

$$\begin{aligned}
 X_{14} &= |2Z_0 - X_0 - 2Y_0| \\
 E_4 = Y_{14} &= |2Z_0 - 2X_0 - Y_0| \\
 Z_{14} &= |3Z_0 - 2X_0 - 2Y_0|
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

Итерационное применение этих формул к значениям X_0, Y_0, Z_0 и далее к вновь получаемым значениям элементов позволяет построить дерево упорядоченных троек X_i, Y_i, Z_i (Упорядоченное множество точек в системе координат, Упорядоченное множество кристаллов) и получить новые результаты в математике при решении практических задач (Дисперсия данных одиночного эксперимента, Эллипс допустимых значений нулей кубического многочлена и т.д.).

Подробности на сайте fgg-fil1.narod.ru/index.html.

Практическое использование

1. Формулы (1), (2), (3)

Эти формулы – аналитическое представление теоремы цикличности для любого треугольника. Ранее было рассмотрено выражение $Z^2 = (b + c + d)^2$. Откуда $\rightarrow Z^2 = X^2 + Y^2 + (2bd - c^2) \rightarrow c^2 = 2bd$, если исходный треугольник прямоугольный. Поэтому, для любой точки в прямоугольной системе координат, всегда имеем $c^2 = 2bd$.

Задача1. Имеем уравнение $Z^3 = X^3 + Y^3$. Определить наличие решений в целых числах для исходного уравнения.

Решение. Произведем замену. Запишем $Z^3 = (b + c + d)^3$
 $\rightarrow Z^3 = (b + c)^3 + 3(b + c)^2 d + 3(b + c)d^2 + d^3 \rightarrow Z^3 = X^3 + 3(b + c)^2 d + 3(b + c)d^2 + d^3$
 Для наличия решения необходимо иметь $Y^3 = 3(b + c)^2 d + 3(b + c)d^2 + d^3$
 $\rightarrow (d + c)^3 = 3(b + c)^2 d + 3(b + c)d^2 + d^3$
 $\rightarrow d^3 + 3cd^2 + 3dc^2 + c^3 = 3b^2 d + 6bdc + 3dc^2 + 3bd^2 + 3cd^2 + d^3 \rightarrow c^3 = 3b^2 d + 6bdc$
 Для прямоугольного треугольника всегда имеем $c^2 = 2bd$
 $\rightarrow c(2bd) = 3b^2 d + 6bdc \rightarrow 3b^2 d = -4bdc \rightarrow c = -\frac{3b}{4}$.

Отрезок c не может быть отрицательным, поэтому можно сделать вывод
Вывод

Уравнения $Z^3 = X^3 + Y^3$, в качестве прямоугольного треугольника, не имеет решения в целых числах значений X, Y, Z .

Задача2. Имеем уравнение $Z^n = X^n + Y^n$. Определить наличие решений в целых числах для исходного уравнения.

Решение. Произведем замену. Запишем $Z^n = (b + c + d)^n$
 $\rightarrow Z^n = (b + c)^n + A(b, c, d)$,

где $A(b, c, d)$ - остаток от бинома Ньютона. Для наличия решения, необходимо иметь равенство $A(b, c, d) = (d + c)^n$. Это возможно только при $n = 2$.

Выводы

1. Уравнения $Z^n = X^n + Y^n$, в качестве прямоугольного треугольника, не имеет решения в целых числах значений X, Y, Z .

2. Секрет теоремы Ферма заключается в замене X, Y, Z на

$$X = b + c, Y = d + c, Z = b + c + d$$

3. Предлагаемый метод заключается в следующем

- задайте показатель степени n

- используя бином Ньютона, раскройте выражение $(b + c + d)^n$

- попробуйте получить равенство $A(b, c, d) = (c + d)^n$, где $A(b, c, d)$ - остаток от бинома Ньютона, т.к. $(b + c + d)^n = (b + c)^n + A(b, c, d)$. Это возможно только для $n = 2$.

2. Формулы (9), (10), (11)

$$X = n^2 + 2mn$$

$$Y = 2m^2 + 2mn$$

$$Z = n^2 + 2mn + 2m^2.$$

У читателя может возникнуть вопрос – “Что дает переход к этим формулам в сравнении с известными $X = 2pq, Y = p^2 - q^2, Z = p^2 + q^2$?”.

2.1 Степенные функции

1. Рассмотрим уравнение $aX^2 + bX + c = 0$. Пусть $X = n^2 + 2mn$

$$\rightarrow a(n^2 + 2mn)^2 + b(n^2 + 2mn) + c = 0$$

$$\rightarrow an^4 + 2an^2(2mn) + a(2mn)^2 + bn^2 + b(2mn) + c = 0$$

$$\rightarrow (an^4 + bn^2 + c) + [4an^2(2mn) + a(2mn)^2 + b(2mn)] = 0$$

Обратим внимание на то, что здесь первое слагаемое имеет вид исходной функции, если считать, что $x = n^2$.

Допустим, что $x = n^2$ тогда из уравнения () получим

$$2an^2(2mn) + a(2mn)^2 + b(2mn) = 0 \quad (14)$$

откуда $(2mn)_1 = 0$, т.е. мы подтвердили принятое ранее допущение

$$x = n^2 + 2mn \text{ при } (2mn)_1 = 0 \rightarrow x = n^2$$

Из (14) имеем

$$2an^2 + a(2mn) + b = 0$$

$$\rightarrow mn = -\frac{2ax+b}{2a}$$

$$\rightarrow X = -\frac{a(2mn)+b}{2a}$$

Обратим внимание на то, что $y' = (2ax+b), y'' = 2a$

где y' - первая производная по x от исходной функции,

y'' - соответственно 2-ая производная.

Подставим это значение x в исходное уравнение (1) и приравняем нулю

$$\rightarrow a\left[\frac{a(2mn)+b}{2a}\right]^2 - b\left[\frac{a(2mn)+b}{2a}\right] + c = 0$$

$$\rightarrow (2mn)^2 = \frac{1}{a^2}(b^2 - 4ac)$$

Если квадратное уравнение решить обычным способом, то получим

$$(X_1 - X_2)^2 = \frac{1}{a^2}(b^2 - 4ac)$$

$$\rightarrow (2mn)^2 = (X_1 - X_2)^2$$

где x_1, x_2 - корни исходного уравнения.

На основании результатов проведенного расчета можно сделать следующее утверждение

Утверждение 1. Для квадратного уравнения вида $aX^2 + bX + c = 0$ справедливо равенство

$$(2mn)^2 = (X_1 - X_2)^2 = \left(\frac{Y'}{Y''}\right)$$

где

- $(2mn)$ - параметр системы,
- x_1, x_2 - корни уравнения,
- y', y'' - производные по x .

Рассмотрим функцию $aX^3 + bX^2 + cX + d = 0$. Пусть $X = n^2 + 2mn$

$$\rightarrow a(n^2 + 2mn)^3 + b(n^2 + 2mn)^2 + c(n^2 + 2mn) + d = 0$$

Откуда, аналогично расчетам п.1, получим

$$a(2mn)^3 + (3ax + b)(2mn)^2 + 3ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (16)$$

Легко проверить, что вместо этого уравнения можно записать

$$\frac{y'''}{3!}(2mn)^2 + \frac{y''}{2!}(2mn) + \frac{y'}{1!} = 0$$

Для функции $aX^4 + bX^3 + cX^2 + dX + e = 0$ аналогично получим

$$\frac{y''''}{4!}(2mn)^3 + \frac{y'''}{3!}(2mn)^2 + \frac{y''}{2!}(2mn) + \frac{y'}{1!} = 0$$

На основании формулы (16) автором разработан новый метод решения любого кубического уравнения включая неприводимый случай формулы Кардана (см. сайт fgg-fil1.narod.ru).

Из анализа полученных формул следует

Утверждение 2. Для функции вида $y = ax^k + bx^{k-1} + \dots + N = 0$ справедливо уравнение

$$\frac{y^{(k)}}{k!}(2mn)^{k-1} + \frac{y^{(k-1)}}{(k-1)!}(2mn)^{k-2} + \dots + \frac{y'}{1!} = 0 \quad (17)$$

где - $y^{(k)}$ k -ая производная исходной функции,

- $y^{(k-1)}$ -ая производная,
- $y^{(k-i)}$ -ая производная,
- $(2mn)$ - параметр системы m, n .

Следует сказать, что эта формула обладая внешним сходством с известной формулой Тейлора (см. любой справочник по математике), имеет в сравнении с ней следующие существенные отличия:

1. В формуле Тейлора имеет место $f^{(i)}(a)$, где a - конкретное значение переменной, т.е.

$f^{(i)}(a)$ - конкретное число, не содержащее переменной x .

В формуле $y^{(i)}$ может содержать переменную x .

2. В ряде Тейлора имеет место при слагаемых множитель вида $(x - a)^i$ содержит только одну переменную x . В формуле имеют место две переменные.

3. В частном случае параметр $(2mn)^2 = (X_1 - X_2)^2$, где x_i, x_{i+1} - любая пара корней исходного уравнения. При этом число $(2mn)_i^2$ равно числу сочетаний из n элементов (n -число корней исходного уравнения) по m .

$$C_n^m = \frac{n!}{2(n-2)!}$$

3. Таблица вариантов значений параметров mn

Задача 3 В результате одиночного эксперимента получены координаты одной точки $M(X, Y)$. Для планирования последующих экспериментов необходимо знать дисперсию возможных координат точек ожидаемой функции. На основании данных одной точки $M(X, Y)$ необходимо определить дисперсию точек ожидаемой функции.

Решение Задача кажется неразрешимой, т.к. для определения дисперсии требуется массив данных, которых в данном случае нет.

Автором предлагается метод решения данной задачи на основе использования **Таблицы вариантов значений параметров mn** .

Этот метод представлен на сайте fgg-fil1.narod.ru/index.html.

Задача 4. Установить связь формул Системы mn параметров с тригонометрическими функциями.

Решение данной задачи представлено на сайте fgg-fil1.narod.ru/index.html.

4. Формулы (12)÷(15)

Эти формулы используются для построения дерева основных ПТ (дерева ПТ). Программа расчета выполнена в MachCad и позволяет рассчитать более 10 миллионов ПТ в секторе от 0^0 до 90^0 и таким образом представить прямоугольную систему координат в дискретном (страфицированном) виде.

На основе дерева ПТ решаются задачи

- (Задача 5), анаболизма (подъема) и катаболизма (спуска) координат исходной точки
- (Задача 6), определения ПТ в пограничных областях системы координат
- (Задача 7), определения простого и составного числа
- (Задача 8), определения музыкального ряда на основе $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\tan\alpha$ дерева ПТ
- (Задача 9), решения уравнения Пелля
- (Задача 10), решения системы диофантовых уравнений вида, если задано только A

$$\begin{aligned}X^2 + AY^2 &= U^2 \\X^2 - AY^2 &= V^2\end{aligned}$$

- (Задача 11), составление систематизированной таблицы кристаллов
- (Задача 12), расчета высоты ветхих пирамид (например, египетских)
- (Задача 13), золотое сечение и mn параметры
- (Задача 14), сравнения по модулю в Системе mn параметров

Решение всех этих задач представлено на сайте fgg-fil1.narod.ru/index.html.

E-mail: fgg-fil1@narod.ru

Автор будет благодарен за предложения, оценки и конкретные замечания.

АННОТАЦИЯ

Данная работа может быть отнесена к теории чисел и основывается на авторских разработках объективных базовых основ дискретности пространства (точки, отрезка, линии, плоскости и объема).

Практическая значимость работы заключается в новых результатах

- циклического свойства сторон треугольника
 - одиночное число в системе mn параметров
 - пара чисел в системе mn параметров
 - три числа в системе mn параметров
 - представления всего множества точек декартовой системы координат в виде упорядоченного ряда непересекающихся подмножеств
 - расчета дерева основных пифагоровых треугольников и дерева углов лучей, исходящих из центра координат
 - тригонометрические функции в системе mn параметров
 - расчета дерева золотых сечений
 - катаболизма и анаболизма координат точек функции
 - упорядоченного множества кристаллов
 - прямом и обратном преобразовании степенных функций в системе mn параметров
 - использовании методов системы mn параметров для определения дисперсии экспериментальных данных одиночного эксперимента
 - определении магистральных направлений возможных приращений значений функции и аргумента из заданной точки
 - сравнение по модулю в системе mn параметров
 - решения уравнения Пелля
 - решения задачи определения простых и составных чисел
- Это только ряд задач рассматриваемых в данной работе.

Полученные результаты могут быть использованы в теории чисел, в методиках обработки экспериментальной информации, в планировании экспериментов, в физике, биологии и т.п. Работа может представлять интерес для широкого круга читателей.

Последующий материал является авторской работой и поэтому принадлежит только Фильчеву Энфриду Георгиевичу (E-mail:fgg-fil1@narod.ru).

СОДЕРЖАНИЕ

(часть 1)

АННОТАЦИЯ
ВВЕДЕНИЕ
Глава 1. Базовые основы системы mn параметров и основные соотношения

- 1.1 Геометрические и аналитические представление mn параметров..
- 1.2 Тайна теоремы Пифагора и теорема цикличности в символах и орнаментах.....
- 1.3 Последняя теорема Ферма в системе mn параметров
- 1.4 Прямоугольный треугольник
- 1.5 Косоугольный треугольник в системе mn параметров.....
- 1.6 Одно число в системе m n параметров
- 1.7 Пара чисел в системе m n параметров.....
- 1.8 Три числа в системе m n параметров.....

Глава 2. Упорядоченные множества точек в системе координат.....
2.1 Упорядоченные множества точек в системе координат.....
2.2 Методика перемещения точки по кроне дерева ПТ.....
2.3 Основные свойства дерева упорядоченного множества точек координат.....
2.4 Методика перехода от иррациональной к рациональной точке....
2.5 Пифагоровы треугольники в пограничных областях координатной системы.....

(часть 2)

Глава 3. Практическое использование системы mn параметров.....
3.1 Египетские пирамиды и mn параметры.....
3.2 Определения дисперсии данных одиночного эксперимента....
3.3 Катаболизм и анаболизм точек функции.....
3.4 Обработка данных геодезических измерений.....
3.5 Упорядоченное множество кристаллов.....
Глава 4. Возможности системы mn параметров.....
4.1 Магистральные направления возможных приращений

координат точки	
4.2 Тригонометрические функции в системе m параметров.....	
4.3 Новые тригонометрические функции.....	
4.4 Преобразования степенных функций.....	
4.5 Золотое сечение.....	
4.6 Сравнения по модулю.....	
4.7 Задача определения простых и составных чисел.....	

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....

(часть 3)

ПРИЛОЖЕНИЕ.....

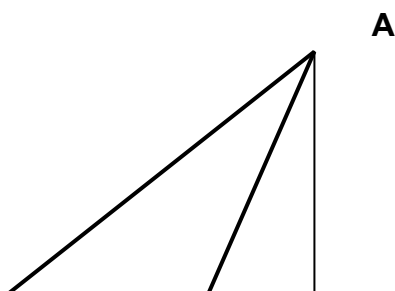
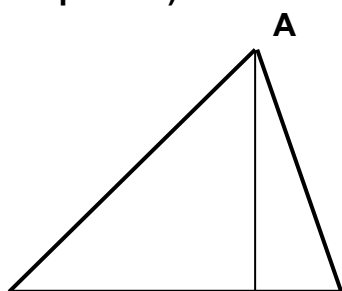
Пакет Mathcad программ системы m параметров.....	
Таблица основных пифагоровых треугольников (до 9 уровня).....	

“ ... существо математической науки таково, что каждый действительный успех в ней идет рука об руку с нахождением более сильных вспомогательных средств и более простых методов, которые одновременно облегчают понимание более ранних теорий и устраняют затруднительные старые рассуждения ... ведь математика – основа всего точного естествознания “

[Проблемы Гильберта.Изд.Наука.М.1969.стр.64].

ВВЕДЕНИЕ

Длины сторон треугольника (короче, стороны треугольника) не могут быть заданы произвольно. Действительно, для произвольного треугольника ABC сумма двух любых сторон больше третьей стороны: $AB + BC > AC$, так как ломаная длиннее отрезка прямой. Из этого же неравенства находим $AC - AB < BC$, то есть разность двух любых сторон треугольника меньше его третьей стороны. Например, из отрезков $a = 5$, $b = 8$, $c = 14$ нельзя построить треугольник, так как $14 > 5 + 8$. Если же даны три отрезка a, b, c такие, что больший из них меньше суммы двух других, то можно построить треугольник, имеющий данные отрезки своими сторонами. Итак, **Теорема 1.** Сумма длин двух любых сторон треугольника больше длины третьей стороны этого треугольника. ($a + b > c$, где c – наибольший из трех отрезков).



Шаг 2 $BC - d = BC - AC + AB = c$

Шаг 3 $AB - c = AB - BC + AC - AB = AC - BC = b$

Шаг 4 $AC - b = AC - AC + BC = BC$

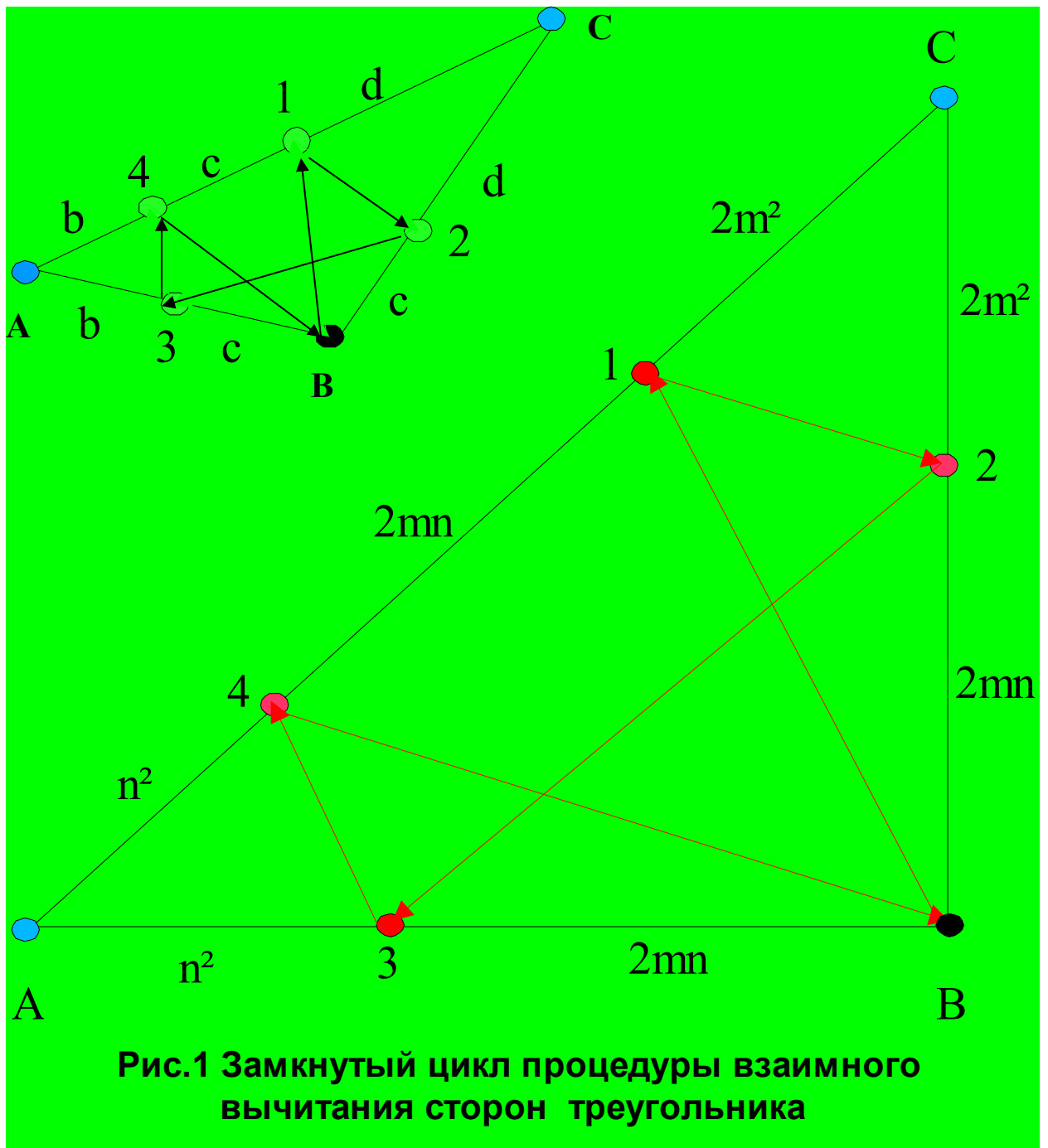
Шаг 5 $BC - BC = 0$. Цикл замкнулся !

Это объективный и очень важный результат .

→ $AC = b + c + d, BC = c + d, AB = b + c$

В итоге

1. Большая сторона треугольника состоит из трех отрезков ($b + c + d$)
 2. Вторая сторона состоит из двух отрезков ($c + d$)
 3. Третья сторона состоит из двух отрезков ($b + c$)
 4. В значении каждой из сторон треугольника имеет место общий отрезок “ c ”.
 5. Общий результат можно записать в виде теоремы (текст автора).
- Из этих формул следует, что сумма любых двух сторон треугольника всегда больше третьей стороны (сравните с вышеприведенным доказательством).



Теорема

Цикл взаимного последовательного вычитание сторон произвольного треугольника всегда ограничивается пятью шагами.

Приоритет автора на циклическое свойство сторон произвольного треугольника подтверждается открытыми публикациями 1981,1982г.г. (см.,

например, Фильчев Э.Г. Метод числового анализа значений координат. Д5150, ЦИВТИ МО.Указатель информационных материалов. Выпуск 11,1981г.).

Эту теорему можно назвать “Теоремой цикличности “. Аналитическое выражение теоремы цикличности можно получить путем возведения в квадрат значения большей стороны треугольника

$$\begin{aligned} \rightarrow AC^2 &= (b + c + d)^2 = (b + c)^2 + 2 \cdot (b + c) \cdot d + d^2 = (b + c)^2 + (d + c)^2 + 2db - c^2 \\ \rightarrow AC^2 &= AB^2 + BC^2 + 2db - c^2 \end{aligned} \quad (1)$$

Формула (1) – аналитическое выражение теоремы цикличности

1.2 Тайна теоремы Пифагора и теорема цикличности в символах и орнаментах

Теорема Пифагора, как много о ней написано различных трудов, как много вариантов доказательств ее объективности (более 500). Однако, существует вопрос. Что явилось базовой основой этой теоремы? Из такого количества доказательств теоремы Пифагора можно сделать вывод о том, что древние утаили (зашифровали) простой вариант доказательства этой теоремы. Известно, что в те времена всякие, наиболее важные знания, тщательно скрывались. При этом, каждый монастырь и школа шифровали эти тайные знания по своим правилам. В силу этих причин, автор убежден, что древние знали о свойстве цикличности сторон треугольника, но ввиду основополагающего значения для математики, эти знания тщательно скрывались и были известны только узкому кругу посвященных лиц. В данной работе высказывается гипотеза автора, что базовой основой теоремы Пифагора может являться циклическое свойство сторон любого треугольника. Эта гипотеза автора подтверждается формулой (1).

Академик Г. Глейзер, на сайте (О теореме Пифагора и способах ее доказательств), пишет “Это одна из самых известных геометрических теорем древности. ... ее знали за много лет до Пифагора. Так, за 1500 лет до Пифагора древние египтяне знали о том, что треугольник со сторонами 3, 4, 5 является прямоугольным “

Для прямоугольного треугольника из формулы (1) следуют две формулы, а именно

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \quad \text{и} \quad 2db = c^2$$

где $AC = b + c + d$, $AB = b + c$, $BC = d + c$.

В этом и заключается тайна теоремы Пифагора.

Отсюда выводы

1. Теорема Пифагора – экстремальный случай теоремы цикличности (это прямоугольный треугольник).
2. Теорема Пифагора справедлива только при условии, что $2db = c^2$.
3. Базовой основой уравнения $AC^2 = AB^2 + BC^2$ является циклическое свойство сторон любого треугольника.

Гипотеза “Пифагор знал о циклическом свойстве сторон любого треугольника, однако не раскрывал его по причинам, о которых можно только догадываться “.

Теорема цикличности в символах и орнаментах

В древние времена знания обычно хранили в тайне, часто в монастырях и передавались поколениям в зашифрованном виде. Отсюда гипотеза.

Гипотеза “ Древние знали свойство цикличности сторон треугольника и хранили эту тайну в виде символов и орнаментов “ .

Обоснование гипотезы На Рис.1 представлена в графическом (незашифрованном) виде процедура замкнутости цикла взаимного вычитания сторон треугольника. Поставим задачу.

Задача “ Имея графический вид процедуры замкнутости цикла взаимного вычитания сторон треугольника, с целью сохранения тайны, произвести переход к символу, с сохранением закономерности цикличности “ .

Варианты решения

1. Звезда Произведем дополнения на Рис.1, а именно, проведем две дополнительных линии - соединим точки 3 -1 и 4-2 (Рис.2). Получили пятиконечную звезду, вписанную в треугольник. Если оставить только линии образующие звезду, то получим символ – пятиконечная звезда .

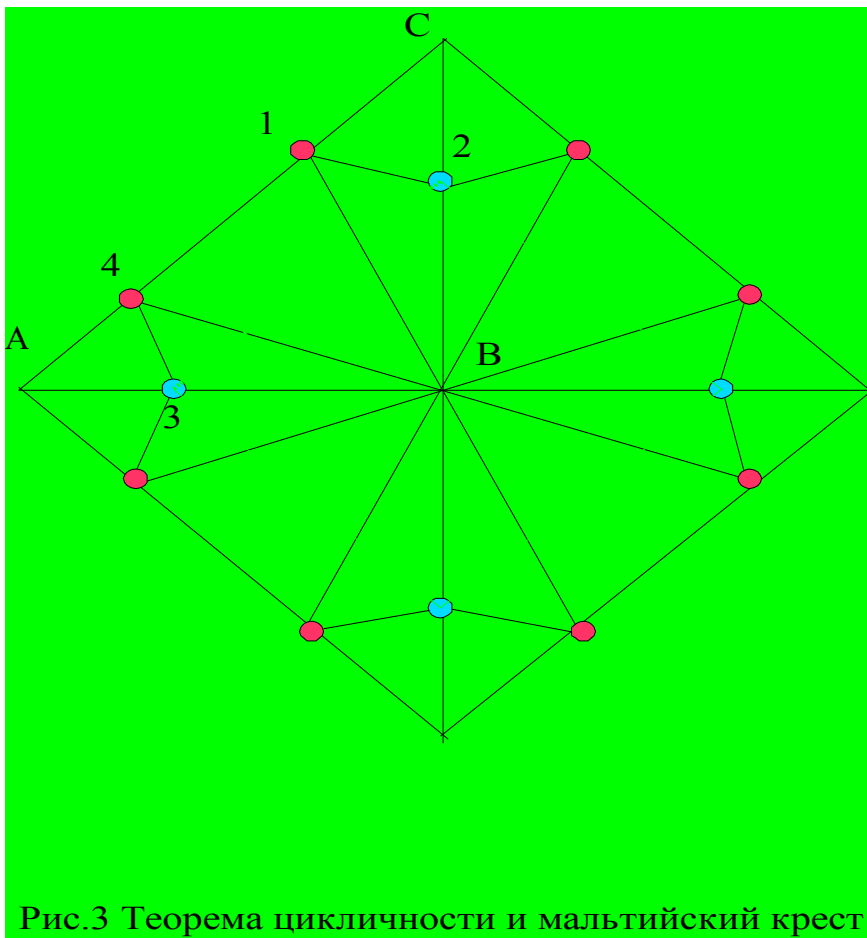
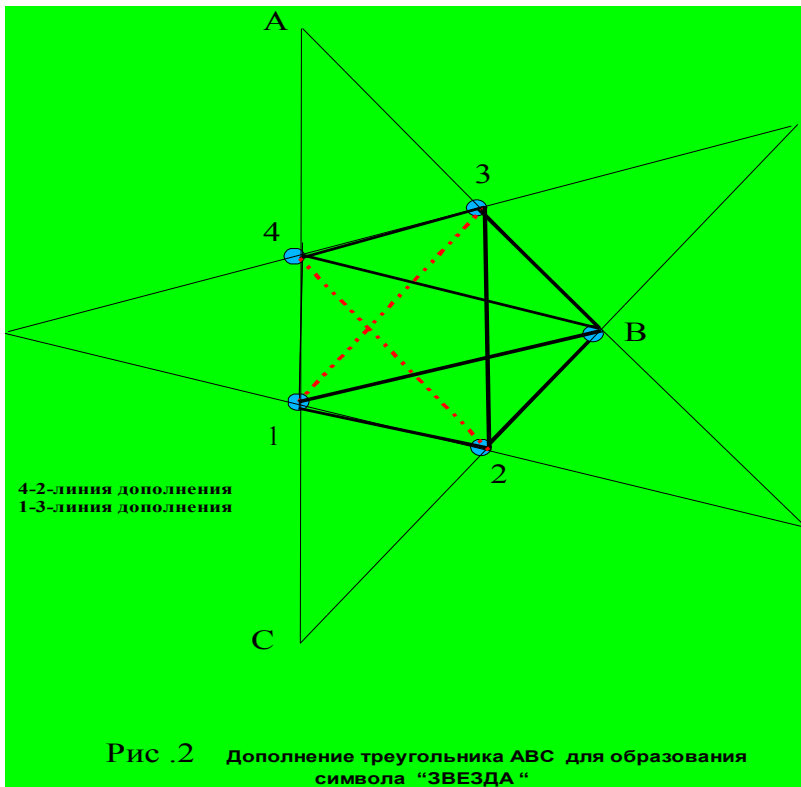
2. Мальтийский крест Возьмем прямоугольный треугольник. Пусть $X=Y$. Выполним шаги в соответствии с теоремой цикличности, Получим точки 1- 4 (Рис.3). Уберем линию между точками 2 и 3. Из четырех таких треугольников составим квадрат – получим мальтийский крест.

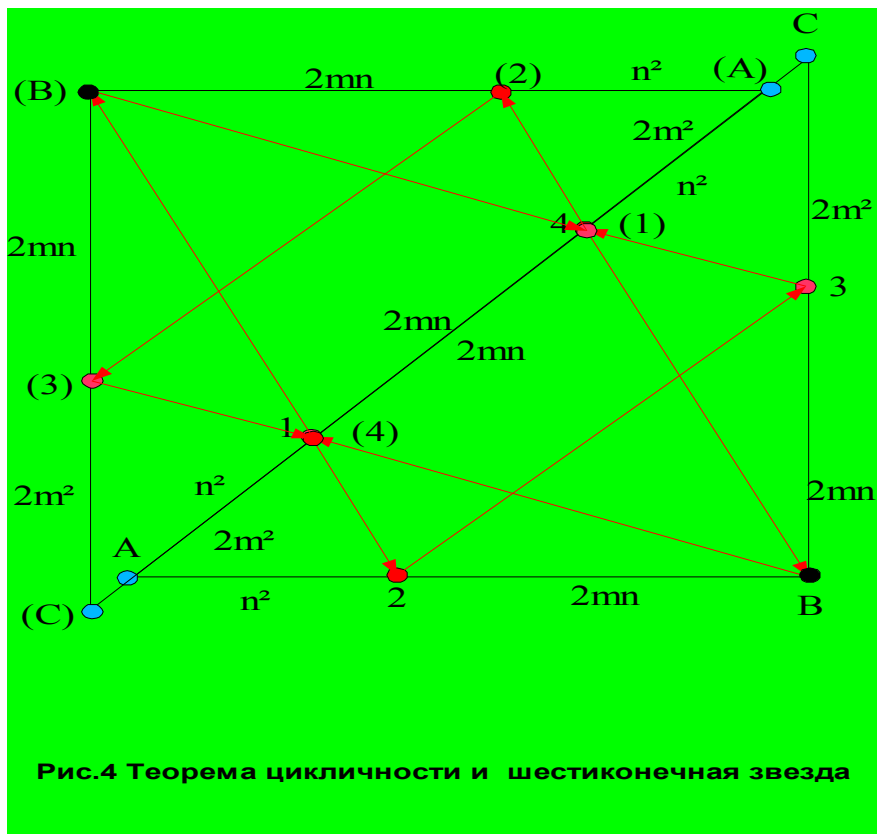
3. Шестиконечная звезда (Звезда Давида)

Совместим два одинаковых прямоугольных треугольников между собой гипотенузами и немного их сместим до совпадения точек 1 и (4). Получим шестиконечную звезду .

Любознательные и ищущие могут продолжить поиск дополнительных вариантов сокрытия циклического свойства сторон треугольника и особенно в древних наскальных рисунках и орнаментах.

Автор будет благодарен за дополнительные сведения по данному вопросу.





1.3 Последняя теорема Ферма в системе mn параметров

В своей книге Г.Эдвардс пишет - Последняя теорема Ферма – это утверждение (не теорема), что уравнение $x^n + y^n = z^n$ при $n > 2$ не имеет целых положительных решений.

[Г.Эдвардс. Последняя теорема Ферма. Генетическое введение в АЛГЕБРАИЧЕСКУЮ ТЕОРИЮ ЧИСЕЛ. Изд. МИР. М. 1980. Стр.42].

Рассмотрим метод преобразования уравнения $x^n + y^n = z^n$ в соответствии с формулами системы mn параметров. Элементы x, y, z, n – целые числа.

Метод преобразования

В соответствии с теоремой цикличности значения сторон любого треугольника можно записать в виде формул $AC = z = b + c + d$, $AB = x = b + c$, $BC = y = d + c$, где $AB < AC > BC$.

$$\rightarrow (b + c + d)^n = (b + c)^n + (d + c)^n$$

Пусть $n = 1 \rightarrow (b + c + d) \neq (b + c) + (d + c)$.

Это минимальное (экстремальное) значение для показателя степени. При поверхностном рассмотрении полученного результата следует- “ элементарный и тривиальный результат! “. Однако это неверный вывод.

Для уравнения Ферма $x^n + y^n = z^n$ при $n = 1 \rightarrow X + Y = Z$. В этом случае нет треугольника. Гипотетически можно считать, что задав условие $n > 2$, Ферма сознательно включил значение $n = 1$ в условие своего утверждения и тем самым дополнил свою “загадку” вопросом “ $x^n + y^n = z^n$ - это уравнение в котором X, Y, Z – стороны треугольника или нет? “.

$$\begin{aligned} \text{Пусть } n = 2 &\rightarrow (b + c + d)^2 = (b + c)^2 + 2(b + c) \cdot d + d^2 \\ &\rightarrow (b + c + d)^2 = (b + c)^2 + 2bd + 2cd + d^2 + c^2 - c^2 \\ &\rightarrow (b + c + d)^2 = (b + c)^2 + (d^2 + 2cd + c^2) + 2bd - c^2 \\ &\rightarrow (b + c + d)^2 = (b + c)^2 + (d + c)^2 + 2bd - c^2 \end{aligned}$$

Из этого уравнения следует вывод $(b + c + d)^2 = (b + c)^2 + (d + c)^2$ только в случае если $2bd - c^2 = 0$.

$$\begin{aligned} \text{Пусть } n = 3 &\rightarrow (b + c + d)^3 = (b + c)^3 + 3(b + c)^2 \cdot d + 3(b + c) \cdot d^2 + d^3 \\ &\rightarrow (b + c + d)^3 = (b + c)^3 + 3b^2 \cdot d + 6bcd + 3dc^2 + 3bd^2 + 3d^2c + d^3 \\ &\rightarrow (b + c + d)^3 = (b + c)^3 + (d^3 + 3d^2c + 3dc^2 + c^3) + 3b^2 \cdot d + 6bcd + 3bd^2 - c^3 \\ &\rightarrow (b + c + d)^3 = (b + c)^3 + (d + c)^3 + 3bd(b + 2c + d) - c^3 \end{aligned}$$

Из этого уравнения следует вывод, что $(b + c + d)^3 = (b + c)^3 + (d + c)^3$ только в случае если $3bd(b + 2c + d) - c^3 = 0$

Если считать, что уравнение $x^n + y^n = z^n$ отражает соотношение между сторонами прямоугольного треугольника, тогда имеем $2bd = c^2$
 $\rightarrow 3bd(b + 2c + d) = 2bd \cdot c$

$$\rightarrow 3b + 6c + 3d = 2c \rightarrow 4c = -3(b + d) \rightarrow 16c^2 = 9b^2 + 18bd + 9d^2$$

Замена $c^2 = 2bd \rightarrow 32bd = 9b^2 + 18bd + 9d^2 \rightarrow 9b^2 - 14bd + 9d^2 = 0$. Это уравнение не имеет действительных решений.

ВЫВОДЫ

1. Если принять $(bd)_1 = 0$, то $\rightarrow c = 0$. В этом случае нет треугольника.
2. Уравнение $9b^2 - 14bd + 9d^2 = 0$ не имеет действительных решений.
3. На основании п.п. 1 и 2, уравнение $Z^3 = X^3 + Y^3$ не имеет решений в целых числах.

Пусть $n = N$

→ $Z^N = [(b+c)+d]^N = (b+c)^N + A(b,c,d)$, где $A(b,c,d)$ – остаток от бинома Ньютона. → $Z^N = X^N + A(b,c,d)$. Для наличия решения в целых числах необходимо иметь равенство $Y^N = A(b,c,d)$, где $A(b,c,d)$ – целое число.
→ уравнение $Z^N = X^N + Y^N$ не имеет решений в целых числах при $N > 2$.

В системе mn параметров последнюю теорему Ферма можно сформулировать так

“ В прямоугольной системе координат отсутствуют точки с целыми значениями $X, Y, Z = \sqrt{X^2 + Y^2}$ для которых $Z^N = X^N + Y^N$ и $N \neq 2$. “

ВЫВОД

Секрет теоремы Ферма заключается в объективной замене элементов X, Y, Z на $X = b + c, Y = d + c, Z = b + c + d$.

1.4 Прямоугольный треугольник

Задача “Задан прямоугольный треугольник ABC . AC -гипотенуза, (AB, BC) -катеты. $AC = b + c + d, AB = b + c, BC = c + d$, где (b, c, d) - действительные числа. Необходимо определить вид чисел (b, c, d) .“

Решение Принципиального значения не имеет, как обозначить числа b, c, d . Считаем, что древние, используя эмпирический метод, заметили - для прямоугольных треугольников с целочисленными сторонами имеют место соотношения $AC - BC = n^2, AC - AB = 2m^2 \rightarrow b = n^2, d = 2m^2 \rightarrow c^2 = 4n^2m^2$
→ $c = 2mn = AB + BC - AC$

Формула $2db = c^2$ устанавливает для прямоугольного треугольника функциональную связь между параметрами (b, c, d) . Тогда, для любой точки в прямоугольной системе координат в “Системе mn параметров “

$$X = n^2 + 2mn, Y = 2m^2 + 2mn, Z = n^2 + 2mn + 2m^2$$

В современной математике для нахождения треугольников с целочисленными сторонами (треугольники ПТ), используют формулы $x = 2pq, y = p^2 - q^2, z = p^2 + q^2$, где (p, q) – целые положительные числа. [Г. Эдвардс. Последняя теорема Ферма. Изд.МИР. М. 1980. стр.19.].

В задачи данной работы не входит анализ и оценка этого метода нахождения основных ПТ. Автор считает, что свойство цикличности сторон треугольника было известно древним и это первично по отношению к теореме Пифагора. Первым аспектом базовой основы системы mn параметров является теорема цикличности сторон любого треугольника. В системе mn параметров имеют место 8 вариантов формул (Табл.1)

№	0	1	2	3
	$Z+x=2m^2$ $z+y=n^2$	$z-x=2m^2$ $z-y=n^2$	$z+x=2m^2$ $z-y=n^2$	$z-x=2m^2$ $z+y=n^2$
X_0	$2mn-n^2$	n^2+2mn	$2mn-n^2$	n^2-2mn
Y_0	$2mn-2m^2$	$2m^2+2mn$	$2m^2-2mn$	$2mn-2m^2$
Z_0	$n^2-2mn+2m^2$	$n^2+2mn+2m^2$	$n^2-2mn+2m^2$	$n^2-2mn+2m^2$
№	4	5	6	7
	$z+x=n^2$ $z+y=2m^2$	$z-x=n^2$ $z-y=2m^2$	$z+x=n^2$ $z-y=2m^2$	$z-x=n^2$ $z+y=2m^2$
X_0	$2mn-2m^2$	$2m^2+2mn$	$2mn-2m^2$	$2m^2-2mn$
Y_0	$2mn-n^2$	n^2+2mn	n^2+2mn	$2mn-n^2$
Z_0	$n^2-2mn+2m^2$	$n^2+2mn+2m^2$	$n^2-2mn+2m^2$	$n^2-2mn+2m^2$

Вторым аспектом базовой основной системы mn параметров являются восемь вариантов mn представлений сторон любого треугольника.

Для любого координатного треугольника имеют место итерационные формулы (полученные автором):

$$\begin{aligned}
 & x_{11} = 2z_0 + 2x_0 + y_0 \\
 E_1 =: & y_{11} = 2z_0 + x_0 + 2y_0 \\
 & z_{11} = 3z_0 + 2x_0 + 2y_0
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
 & x_{12} = 2z_0 - 2x_0 + y_0 \\
 E_2 =: & y_{12} = 2z_0 - x_0 + 2y_0 \\
 & z_{12} = 3z_0 - 2x_0 + 2y_0
 \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
 & x_{13} = 2z_0 + 2x_0 - y_0 \\
 E_3 =: & y_{13} = 2z_0 + x_0 - 2y_0 \\
 & z_{13} = 3z_0 + 2x_0 - 2y_0
 \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
 & x_{14} = |2z_0 - 2x_0 - y_0| \\
 E_4 =: & y_{14} = |2z_0 - x_0 - 2y_0| \\
 & z_{14} = 3z_0 - 2x_0 - 2y_0,
 \end{aligned} \tag{5}$$

где x_0, y_0 – координаты исходной точки, $z_0 = \sqrt{x^2 + y^2}$

Третьем аспектом базовой основной системы mn параметров являются итерационные формулы (2 ÷ 5). Таким образом, базовой основой

системы mn параметров являются три аспекта

- теорема циклического свойства сторон любого треугольника
- восемь вариантов представления mn параметров для сторон прямоугольного треугольника
- итерационные формулы для сторон прямоугольного треугольника.

1.5 Косоугольный треугольник в системе mn параметров

На Рис.5 представлен косоугольный треугольник. Для использования всех формул системы mn параметров необходимо стороны косоугольного треугольника представить в виде функций $AC = \varphi_1(m,n)$, $AB = \varphi_2(m,n)$, $BC = \varphi_3(m,n)$. Для решения этой задачи, произведем следующие дополнительные построения (см. Рис.5).

1. Развернем исходный косоугольный треугольник таким образом, чтобы одна из меньших сторон заняла строго вертикальное положение.
 2. Проведем по этой стороне вертикальную линию.
 3. Проведем через точку А горизонтальную линию.
- Точку пересечения горизонтальной и вертикальной линий обозначим как D. В результате этих построений образовался прямоугольный треугольник, внутри которого размещен исходный косоугольный треугольник. При этом сторона BC косоугольного треугольника совмещена со стороной прямоугольного треугольника ADC.

ВНИМАНИЕ! Точка В исходного треугольника находится на стороне DC прямоугольного треугольника. Таким образом

Задачу о косоугольном треугольнике можно заменить задачей цикличности сторон прямоугольного треугольника с произвольной точкой В на одном из катетов. При этом процедуру цикла следует начинать с одного из отрезков DB или BC.

Теорема цикличности 2 “Цикл взаимного последовательного вычитания сторон треугольника, начинающийся с произвольной точки, находящейся на любой его стороне, ограничивается шестью шагами”.

Доказательство. Пусть имеем произвольный треугольник ADC, где AC- большая сторона, AD, CD- меньшие стороны. На стороне CD выбрана произвольная точка В (Рис. 5а) $\rightarrow CD = DB + BC$

Шаг 1. $AD - DB = b$

Шаг 2. $AC - b = AC - AD + DB = e$

Шаг 3. $CD - e = CD - AC + AD - DB = BC - AC + AD = d$

Шаг 4. $AD - d = AD - BC + AC - AD = AC - BC = b + c$

Шаг 5. $AC - (b + c) = AC - AD + BC - AC + AD = BC$

Шаг 6. $AD - BC = DB$. Цикл завершен!

Результат : $AC = b + c + BC$, $AD = b + c + d$, $DC = d + c + BC$

В системе mn параметров значения сторон **прямоугольного треугольника** можно представить в виде

$$AC = n^2 + 2mn + 2m^2$$

$$AD = n^2 + 2mn$$

$$DC = 2mn + 2m^2$$

Из этих формул путем несложных преобразований можно получить

Проверка $n^2 = b - d$, $2mn = 2d + c$, $2m^2 = BC - d$.

$$AC = n^2 + 2mn + 2m^2 = b - d + 2d + c + BC - d = b + c + BC$$
$$AD = n^2 + 2mn = b - d + 2d + c = b + c + d$$
$$DC = 2mn + 2m^2 = 2d + c + BC - d = d + c + BC, \text{ т. е. верно!}$$

Выводы

1. Стороны косоугольного треугольника могут быть выражены в системе mn параметров.
2. Косоугольный треугольник внутри прямоугольного треугольника определен однозначно при задании местоположения точки B на стороне катета.
3. Связь параметров косоугольного треугольника с mn параметрами дает возможность построить упорядоченное множество по типу дерева ПТ, что открывает новые перспективы в исследовании векторных полей.

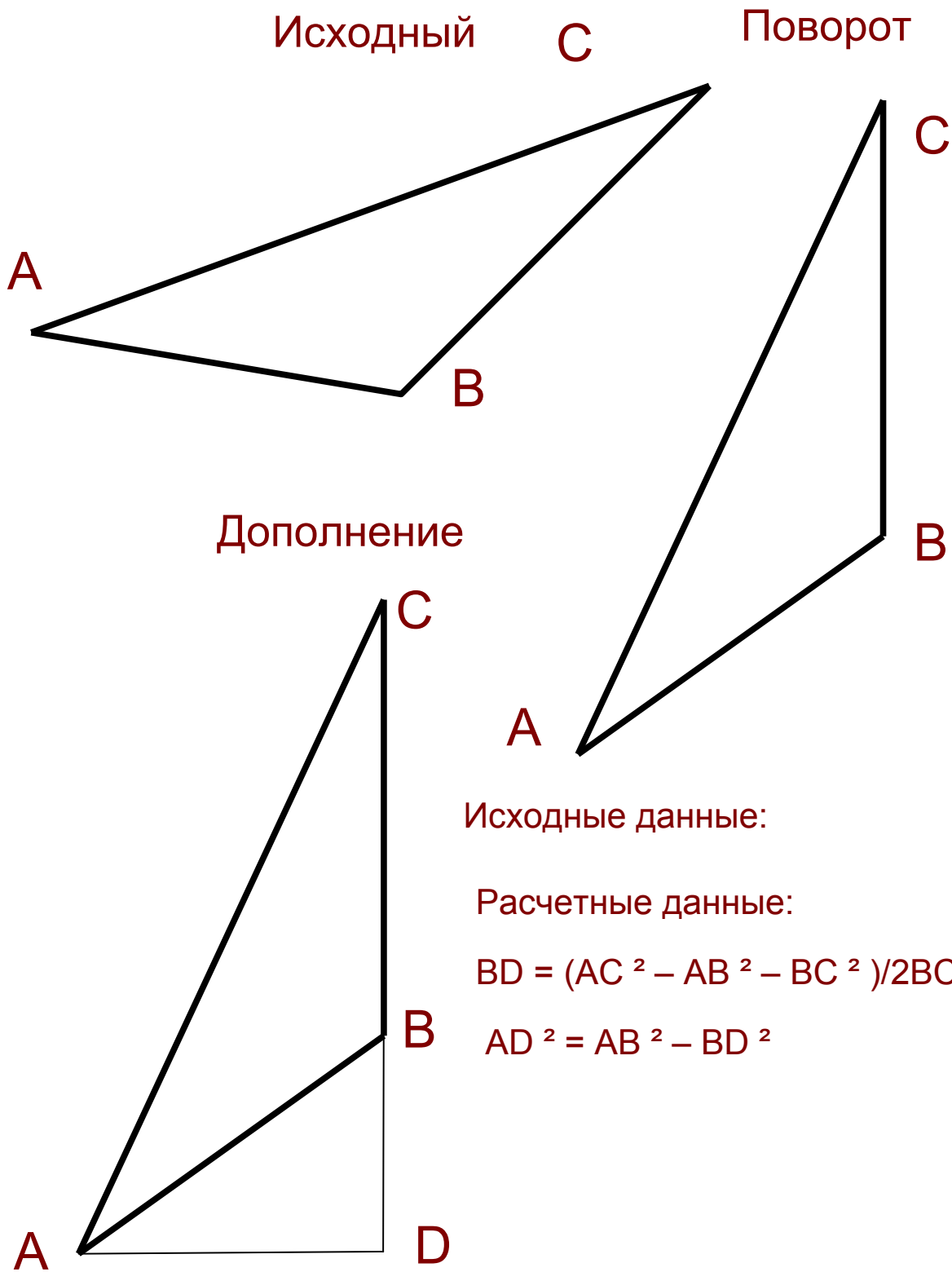


Рис.5а Дополнительные построения

1.6 Одно число в системе mn параметров

Задача “ Пусть задано произвольное целое число N . Необходимо определить все пифагоровы треугольники, имеющие одну из сторон равную значению числа N “

Решение

В системе mn параметров любое число можно записать в виде

$$N = n^2 + 2mn$$

$$N = 2m^2 + 2mn$$

$$N = n^2 + 2mn + 2m^2$$

$$N = n \cdot (n + 2m)$$

$$N = 2m \cdot (m + n)$$

$$N = (m + n)^2 + m^2$$

Из анализа этих формул видно, что если число N - катет искомого ПТ, то решение поставленной задачи можно искать по двум методикам

Методика с использованием числа A

В формулах имеет место общее слагаемое $A = 2mn$.
Задавая различные значения $A < N$, можно, для каждого из A , определить значения m и n и далее, по формулам - X, Y, Z .
Задаваемое число A должно пройти все целые значения от 1 до N .

Утверждение 1 " Для любого нечетного числа N имеется основной пифагоров треугольник вида ПТ($X, N, X+1$). Этот треугольник находится на уровне дерева ПТ, определяемого по формуле уровень = $(N - 1)/2$ "

Пример 1 Пусть $N = 85 \rightarrow$ уровень = $(85 - 1)/2 = 42$

$$\rightarrow m = 42, n = 1$$

$$X = 2m^2 + 2mn = 2 \cdot (42)^2 + 84 = 3612$$

$$Y = n^2 + 2mn = 1 + 84 = 85$$

$$Z = X + 1 = 3613$$

\rightarrow Имеем ПТ(3612, 85, 3613).

Пример 2 Пусть $N = 13415 \rightarrow$ уровень = $(13415 - 1)/2 = 6707$

$$\rightarrow m = 6707, n = 1$$

$$X = 2m^2 + 2mn = 2 \cdot (6707)^2 + 13414 = 89981112$$

$$Y = n^2 + 2mn = 1 + 13414 = 13415$$

$$Z = X + 1 = 89981113$$

→ Имеем ПТ(89981112,13415, 89981113).

Первый вариант

1. задается A
2. Определяется разность $N - A$
3. Определяется значение $n = \sqrt{N - A}$
 - 3.1 Проверяется целостность числа n
 - 3.2 Если n - целое, то с использованием числа $A = 2mn$,
определяется $m = \frac{A}{2 \cdot \sqrt{N-A}}$
 - 3.3 Если m - целое, то
определяется значения
$$X = n^2 + 2mn$$
$$Y = 2m^2 + 2mn$$
$$Z = n^2 + 2mn + 2m^2$$

Значения по п.3.3 записываются в сводную таблицу.
Циклические вычисления по п.п. 1 ÷ 3 проводятся для всех
целых значений $A < N$.

Пример 3

Пусть $N = 85$. Необходимо определить все пифагоровы треугольники один из
катетов которых равна 85. В соответствии с первым циклом

1. задается A
2. Определяется разность $N - A$
3. Определяется значение $n = \sqrt{N - A}$
 - 3.1 Проверяется целостность числа n
 - 3.2 Если n - целое, то с использованием числа $A = 2mn$,
определяется $m = \frac{A}{2 \cdot \sqrt{N-A}}$
 - 3.3 Если m - целое, то определяется значения
$$X = n^2 + 2mn$$
$$Y = 2m^2 + 2mn$$
$$Z = n^2 + 2mn + 2m^2$$

Решение примера

При $A=1, A=2, A=3$ не выполняется пункт 3.1

При $A=4 \rightarrow N - A = 85 - 4 = 81 \rightarrow n = 9 \rightarrow m = \frac{A}{2 \cdot \sqrt{N-A}} \rightarrow m = \frac{2}{9}$

При $A=6$ не выполняется пункт 3.3

Пусть $A = 60 \rightarrow 85 - 60 = 25 \rightarrow n = 5 \rightarrow m = 60/10 = 6$

$$\rightarrow X = n^2 + 2mn = 25 + 60 = 85$$

$$Y = 2m^2 + 2mn = 72 + 60 = 132$$

$$Z = n^2 + 2mn + 2m^2 = 132 + 25 = 157$$

Имеем ПТ(132, 85, 157).

Второй вариант

1. задается A
2. Определяется разность $N - A$

3. Определяется значение $m = \sqrt{\frac{N-A}{2}}$

3.1 Проверяется целостность числа m

3.2 Если m - целое, то с использованием числа $A = 2mn$,

$$\text{определяется } n = \frac{A}{2m}$$

3.3 Если n - целое, то определяются значения

$$X = n^2 + 2mn$$

$$Y = 2m^2 + 2mn$$

$$Z = n^2 + 2mn + 2m^2$$

Значения по п.3.3 записываются в сводную таблицу

Вычисления по п.п. 1 ÷ 3 проводятся для всех значений $A < N$.

Методика с использованием произведения двух множителей

Первый вариант $N = n \cdot (n + 2m)$

1. Меньшее число принимаем как n . Определяется m .

2. Определяются элементы ПТ

$$X = n^2 + 2mn$$

$$Y = 2m^2 + 2mn$$

$$Z = n^2 + 2mn + 2m^2$$

3. Значения по п.2 записываются в сводную таблицу

Расчеты по п.п. 1и 2 проводятся для всех вариантов представления числа N в виде $N = n \cdot (n + 2m)$

Второй вариант $N = 2m \cdot (m + n)$

1. Меньшее число принимаем как $2m$. Определяется n .

2. Определяются элементы ПТ

$$X = n^2 + 2mn$$

$$Y = 2m^2 + 2mn$$

$$Z = n^2 + 2mn + 2m^2 = (n^2 + m^2) + m^2$$

3. Значения по п.2 записываются в сводную таблицу

Расчеты по п.п. 1и 2 проводятся для всех вариантов представления числа $N = 2m \cdot (m + n)$

Меньшее число принимаем как $(m + n)$. Определяется n .

В результате вычислений формируется сводная таблица пифагоровых треугольников в которых одна из сторон равна исходному значению N .

Пример 4 $N = n \cdot (n + 2m)$

Пусть $N = 85$. Необходимо определить все пифагоровы треугольники один из катетов которых равна 85

Решение. Число 85 имеет всего два представления в виде произведения двух целых сомножителей $85 = 1 \cdot 85 = 5 \cdot 17$

1. Рассмотрим вариант $85 = 1 \cdot 85$. Здесь $n = 1 \rightarrow m = 42$.

Такой результат был получен в примере 1.

Имеем ПТ(3612, 85, 3613).

2. Рассмотрим вариант $85 = 5 \cdot 17$. Здесь $n = 5$

$$(n + 2m) = 17 \rightarrow m = 6.$$

$$\rightarrow X = n^2 + 2mn = 5^2 + 2 \cdot 6 \cdot 5 = 85$$

$$Y = 2m^2 + 2mn = 2 \cdot 36 + 60 = 132$$

$$Z = n^2 + 2mn + 2m^2 = 85 + 72 = 157$$

Получили ПТ(132, 85, 157).

Методика с использованием суммы двух квадратов

Пример 5 $N = (n + m)^2 + m^2$

Пусть $N = 85$. Необходимо определить все пифагоровы треугольники у которых гипотенуза равна 85

Решение. Число 85 имеет всего два представления в виде суммы двух целых квадратов $85 = 9^2 + 2^2 = 6^2 + 7^2$

1. Рассмотрим вариант $85 = 9^2 + 2^2$. Здесь $(n + m) = 9, m = 2 \rightarrow n = 7$.

$$\rightarrow X = n^2 + 2mn = 7^2 + 2 \cdot 2 \cdot 7 = 77$$

$$Y = 2m^2 + 2mn = 2 \cdot 4 + 28 = 36$$

$$Z = n^2 + 2mn + 2m^2 = 7^2 + 28 + 8 = 85$$

Получили ПТ(77, 36, 85).

2. Рассмотрим вариант $85 = 7^2 + 6^2$. Здесь $(n + m) = 7, m = 6 \rightarrow n = 1$.

$$\rightarrow X = n^2 + 2mn = 1^2 + 2 \cdot 1 \cdot 6 = 13$$

$$Y = 2m^2 + 2mn = 2 \cdot 36 + 12 = 84$$

$$Z = n^2 + 2mn + 2m^2 = 1 + 12 + 72 = 85$$

Получили ПТ(84, 13, 85).

1.7 Пара чисел в системе m, n параметров

Задача " Пусть задано два произвольных целых числа A, B .

Необходимо определить все пифагоровы треугольники, имеющие одну из сторон равную значению числа N ".

Имея пару чисел, можно выполнить над ними 4 арифметических действия - сложение, вычитание, умножение, деление.

Использование системы m, n параметров дает возможность произвести действие, позволяющее определить множество других чисел, имеющих функциональную связь с исходной парой чисел.

Известно, что по двум сторонам и углу между ними можно определить треугольник. В системе m, n параметров эта задача определения треугольника может быть решена не с помощью задания угла между двумя исходными сторонами, а с помощью задания значения общего слагаемого "С".

Это свойство сторон произвольного треугольника создает возможность проведения действия, над двумя исходными числами (исходными отрезками), по вычитанию из каждого из исходных чисел числа "с" и на этой основе определить третье число, равное третьей стороне треугольника. Поясним сказанное следующим примерами.

Пример 5

На Рис.5 представлена пара стрелок обычных часов. Стрелки можно принять за два отрезка разной длины. При перемещении стрелок, расстояние между концами стрелок (точки А, В) будет меняться, что

приводит к изменению длины отрезка АВ. Фигура, образованная стрелками часов и отрезком АВ, представляет собой треугольник ОАВ. Здесь имеет место решение задачи построения треугольника по двум сторонам и углу между ними.

Пример 6

Пусть имеем два числа L_1 и L_2 . Возьмем произвольное число c ($c < L_1$, $c < L_2$)

→ $L_1 - c = d$, $L_2 - c = b$. Теперь, имея три числа b , d , c , можно записать $L_3 = b + c + d$. Здесь L_3 – число равное длине третьей стороне треугольника (см. отрезок АВ на Рис.5).

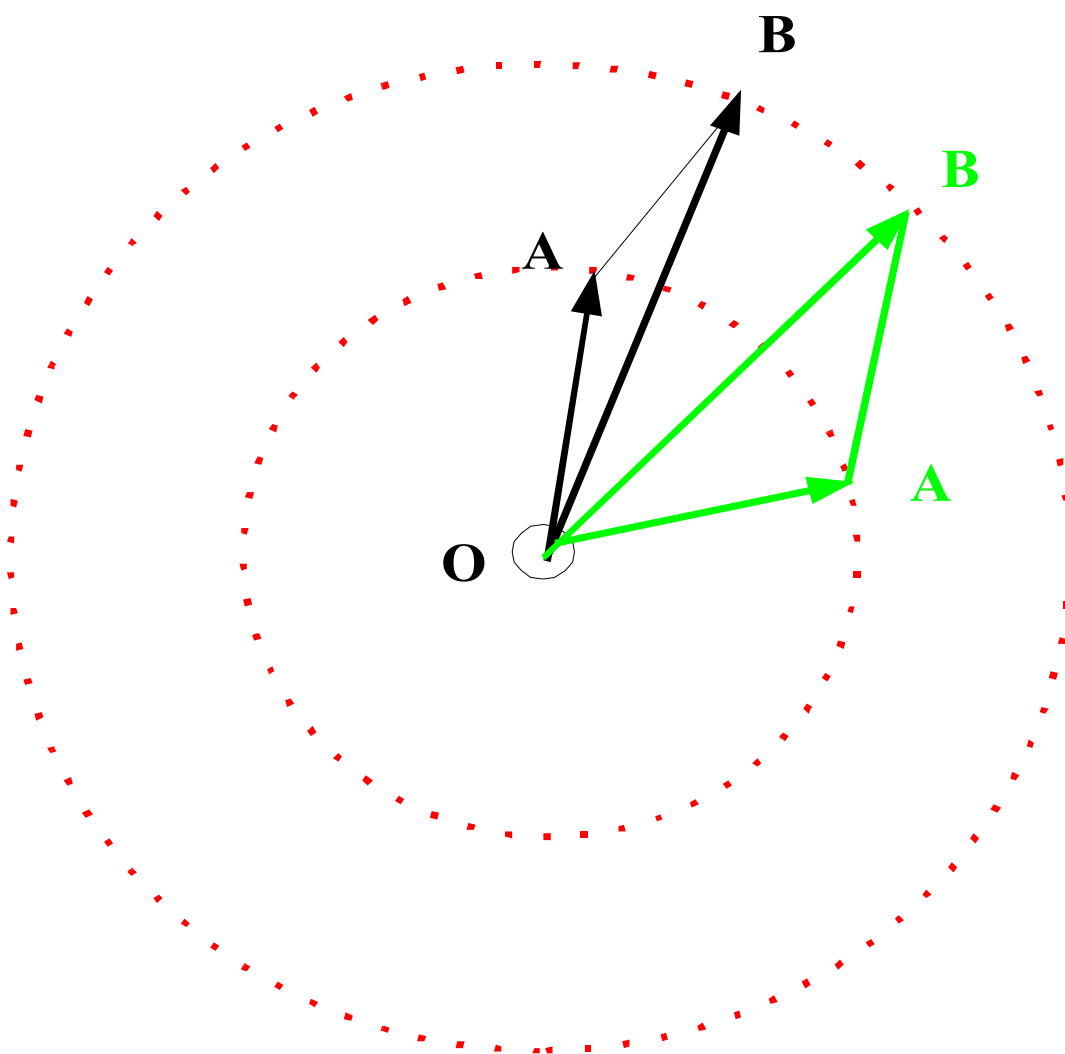
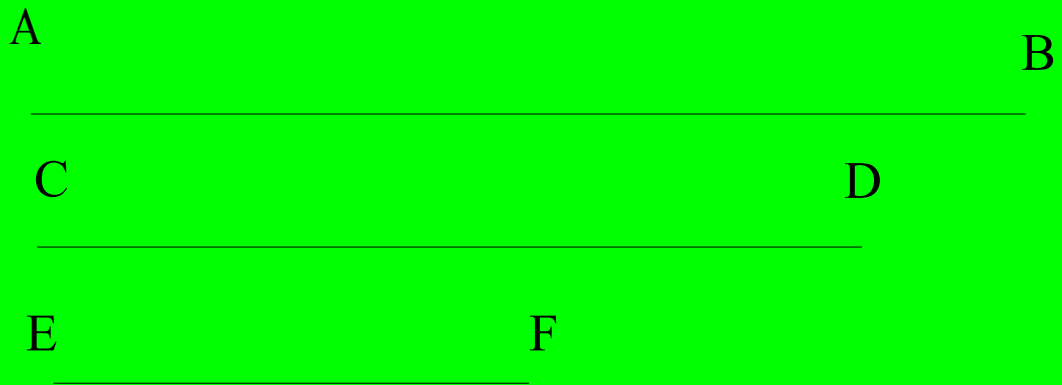


Рис.5 . Стрелки часов



1. $AB - EF = b$, 2. $DC - EF = d$, 3. $EF = c$
 4. $AB = b + c$, $DC = d + c$, $AC = b + d + c$
- $$AC^2 = AB^2 + DC^2 + 2db - c^2$$

Для прямоугольного треугольника $c = (2db)^{1/2}$

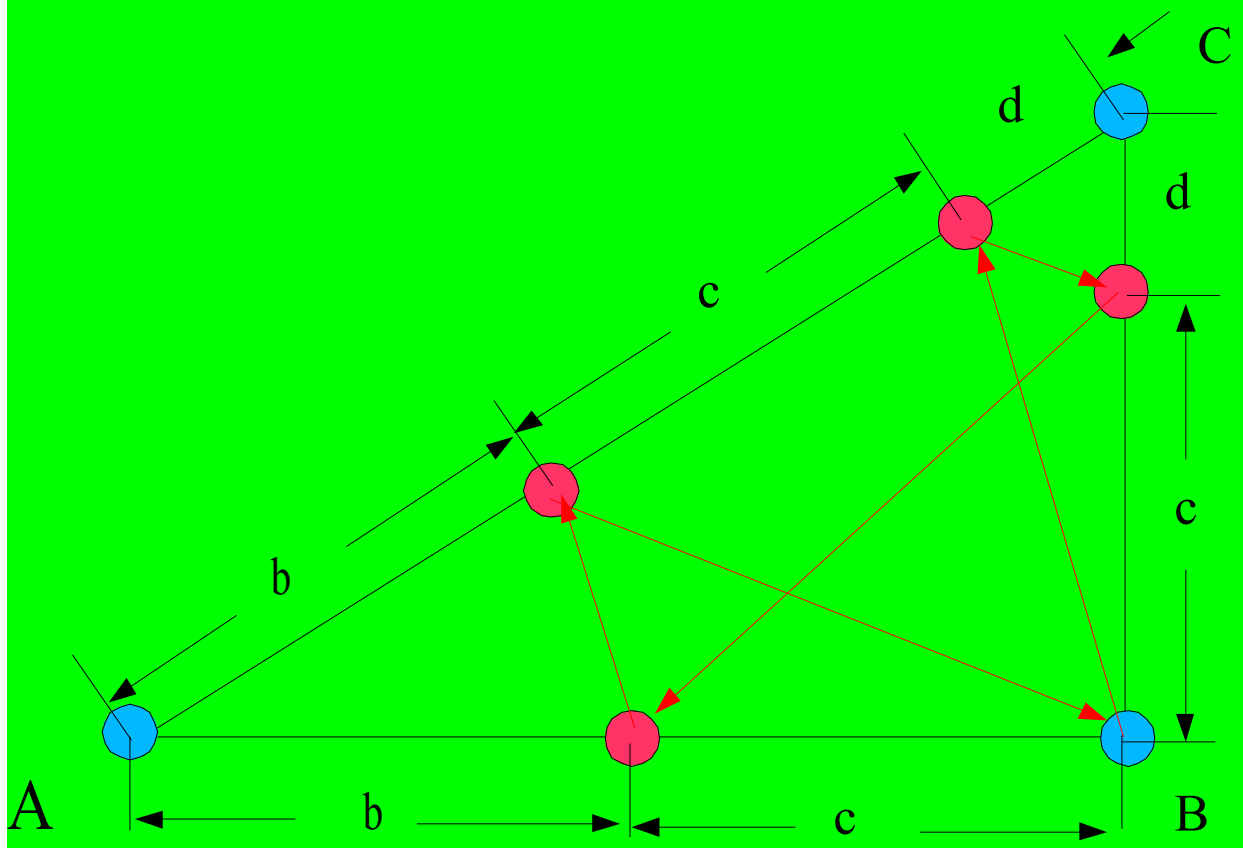


Рис.6 Построение треугольника при задании произвольного отрезка “ c “.

Т.о. с помощью формулы теоремы цикличности решается задача определения треугольника при различных значениях числа “ c “, при условии , что в качестве исходных данных заданы два отрезка (две стороны треугольника).

Предложенный метод определения третьего числа при задании числа "с" может найти применение для кодирования информации. В этом случае Кодер-С, Декодер - исходная пара чисел.

1.8 Три числа в системе mn параметров

Задача " Пусть задано три произвольных целых числа A, B, C .

Необходимо определить параметры циклического свойства этих чисел - (b, c, d) ".

Ранее рассматривался вариант трех чисел, для которых обязательным условием было требование " **сумма любой пары чисел всегда больше третьего числа** ".

Этому условию всегда удовлетворяют значения сторон произвольного треугольника.

В рассматриваемой задаче нет ограничений на числа A, B, C и поэтому требование " **сумма любой пары чисел всегда больше третьего числа** " может не иметь места.

ВЫВОДЫ

1. Цикл взаимного последовательного вычитания сторон произвольного треугольника всегда ограничивается пятью шагами (теорема цикличности).

2. Стороны произвольного треугольника могут быть представлены формулами

$$AC = b + c + d$$

$$BC = c + d$$

$$AB = b + c.$$

3. Аналитическое представление теоремы цикличности выражается формулой

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2db - c^2$$

4. Формула $Z^2 = X^2 + Y^2$ отражает экстремальный случай свойства цикличности сторон треугольника, при этом $X = b + c$, $Y = d + c$, $Z = (b + c + d)$, $2bd = c^2$.

5. Уравнение Пифагора – формула циклического свойства сторон прямоугольного треугольника.

6. Для любого прямоугольного треугольника имеет место равенство

$$c = (X + Y - Z)$$

7. Для прямоугольного треугольника справедливы формулы

$$X = n^2 + 2mn, Y = 2m^2 + 2mn, Z = n^2 + 2mn + 2m^2$$

8. В системе mn параметров имеют место 8 вариантов формул для параметров mn . Эти варианты представлены в таблице 1.

9. Базовой основой системы mn параметров является теорема цикличности сторон любого треугольника.

10. Задачу о косоугольном треугольнике можно заменить задачей цикличности сторон прямоугольного треугольника с произвольной точкой B на одном из катетов. При этом процедуру цикла следует начинать с одного из отрезков DB или BC (Рис..5).

11. Цикл взаимного последовательного вычитания сторон треугольника, начинающийся с произвольной точки, находящейся на любой его стороне, ограничивается шестью шагами.

12. Стороны косоугольного треугольника могут быть выражены в системе mn параметров.

13. Косоугольный треугольник внутри прямоугольного определен однозначно при задании местоположения точки B на стороне катета.

14. Связь параметров косоугольного треугольника с mn параметрами дает возможность построить упорядоченное множество по типу дерева ПТ, что открывает новые перспективы в исследовании векторных полей.

1.8 Три числа в системе mn параметров

Задача “ Пусть задано три произвольных целых числа A, B, C .

Необходимо определить параметры циклического свойства этих чисел - (b, c, d) “.

Глава 2

Упорядоченные множества точек в системе координат

2.1 Упорядоченные множества точек в системе координат

Задача “Предложить метод разделения **ВСЕГО** множества точек декартовой системы координат на **КОНЕЧНОЕ** число упорядоченных непересекающихся подмножеств с помощью **однообразных итерационных преобразований** “ .

Предлагаемое решение поставленной задачи основывается на двух базовых условиях:

Условие 1. Теорема цикличности

В общем случае возможны восемь вариантов представления параметров mn .

Эти варианты даны в таблице 1. (Для удобства, повторяем таблицу 1).

Таблица 1

№	0	1	2	3
	$Z+x=2m^2$ $z+y=n^2$	$z-x=2m^2$ $z-y=n^2$	$z+x=2m^2$ $z-y=n^2$	$z-x=2m^2$ $z+y=n^2$
X_0	$2mn-n^2$	n^2+2mn	$2mn-n^2$	n^2-2mn
Y_0	$2mn-2m^2$	$2m^2+2mn$	$2m^2-2mn$	$2mn-2m^2$
Z_0	$n^2-2mn+2m^2$	$n^2+2mn+2m^2$	$n^2-2mn+2m^2$	$n^2-2mn+2m^2$
№	4	5	6	7
	$z+x=n^2$ $z+y=2m^2$	$z-x=n^2$ $z-y=2m^2$	$z+x=n^2$ $z-y=2m^2$	$z-x=n^2$ $z+y=2m^2$
X_0	$2mn-2m^2$	$2m^2+2mn$	$2mn-2m^2$	$2m^2-2mn$
Y_0	$2mn-n^2$	n^2+2mn	n^2+2mn	$2mn-n^2$
Z_0	$n^2-2mn+2m^2$	$n^2+2mn+2m^2$	$n^2-2mn+2m^2$	$n^2-2mn+2m^2$

Местоположение любой точки M_i в декартовой системе координат задается ее координатами X_i, Y_i , т.е. точка M_i является вершиной координатного треугольника

$$(x_i, y_i, z_i), \text{ где } z_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$$

Элементы любого координатного треугольника можно записать в виде формул таблицы 1. Из этих формул путем простых преобразований можно получить итерационные формулы.

Условие 2.

Для любого координатного треугольника имеют место итерационные формулы (полученные автором):

$$\begin{aligned} x_{11} &= 2z_0 + 2x_0 + y_0 \\ E_1: y_{11} &= 2z_0 + x_0 + 2y_0 \\ z_{11} &= 3z_0 + 2x_0 + 2y_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{12} &= 2z_0 - 2x_0 + y_0 \\ E_2: y_{12} &= 2z_0 - x_0 + 2y_0 \\ z_{12} &= 3z_0 - 2x_0 + 2y_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{13} &= 2z_0 + 2x_0 - y_0 \\ E_3: y_{13} &= 2z_0 + x_0 - 2y_0 \\ z_{13} &= 3z_0 + 2x_0 - 2y_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{14} &= |2z_0 - 2x_0 - y_0| \\ E_4: y_{14} &= |2z_0 - x_0 - 2y_0| \\ z_{14} &= 3z_0 - 2x_0 - 2y_0, \end{aligned}$$

где x_0, y_0 – координаты исходной точки, $z_0 = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Прямоугольный (координатный) треугольник с взаимно-простыми целочисленными сторонами принято называть **ОСНОВНЫМ ПИФАГОРОВЫМ ТРЕУГОЛЬНИКОМ**. Пифагоровы треугольники будем обозначать как ПТ(X,Y,Z).

Так ПТ(4,3,5)-основной пифагоров треугольник с элементами $X=4, Y=3, Z=5$. Решение задачи начнем с определения подмножества точек координат лежащих на лучах образованных продолжением гипотенуз основных пифагоровых треугольников.

Сформулируем вспомогательную задачу:

Задача

"Предложить метод определения всех основных пифагоровых треугольников как упорядоченного множества " Для решения поставленной задачи используем формулы $E_1 \div E_3$. Очевидно, что если $(x, y, z) \in P \rightarrow (y, x, z) \in P$.

Поэтому, для решения поставленной задачи достаточно ограничиться тройками, для которых считать $x > y$. Кроме того

$$\forall (x, y, z) \in P \Rightarrow (kx, ky, kz) \in P$$

где k - любое число натурального ряда. Поэтому достаточно ограничиться рассмотрением таких ПТ, для которых Н.О.Д. $(x,y)=1$, т.е. x и y взаимно простые числа. Обозначим их множество через PP . Будем считать, что $ПТ(1,0,1) \in PP$.

Для построения множества PP используем формулы $E_1 \div E_3$. Из линейности этих формул следует, что

Вывод: Применение этих формул к ПТ(1,0,1) и далее вновь ко всем

$$\forall (x, y, z) \in PP \Rightarrow E_i(x, y, z) \in PP$$

полученным значениям x_i, y_i, z_i дают возможность вычислять последовательно множество основных пифагоровых треугольников. Графически этот процесс вычислений может быть представлен в виде дерева (рис.7)

В заключении данного раздела дадим упрощенное доказательство следующего утверждения:

Утверждение 1 $\forall (x, y, z) \in PP \exists (i_1, i_2, \dots, i_n)$ таких, что $F_m^{-1} \Rightarrow (1,0,1)$

т.е. дерево пифагоровых треугольников (рис.7) представляет упорядоченное множество PP.

-1. $\forall (x, y, z) \in PP \Rightarrow E_i(x, y, z) \in PP$,

что очевидно ввиду линейности преобразований.

-2. $x_i > y_i$, по условию.

-3. Формулы (2) ÷ (4) справедливы для элементов любого прямоугольного треугольника.

-4. $\forall (x, y, z) \text{ из } E_1, E_2, E_3 \Rightarrow x_2 > x, x_3 > x, x_4 > x$

$$x_2 > y_2, x_3 > y_3, x_4 > y_4 \Rightarrow z_2 > z, z_3 > z, z_4 > z.$$

Отсюда следующие выводы:

1. При использовании E_1, E_2, E_3 имеет место увеличение значений x_i, y_i, z_i относительно исходных значений x_0, y_0, z_0

2. При использовании E_4 имеет место уменьшение значений x_i, y_i, z_i

3. Любой основной ПТ (x, y, z) с помощью последовательного использования формул E_4 преобразуется в исходный ПТ $(1, 0, 1)$, а любой не основной ПТ вида ПТ (kx, ky, kz) преобразуется соответственно в ПТ $(k, 0, k)$, где k - любое действительное число.

Данные массива M можно вывести на принтер (монитор) в виде дерева, или в виде таблицы.

Пример 1. Пусть имеем ПТ $(1, 0, 1)$

$$\rightarrow x_0=1, y_0=0, z_0=1$$

$$\rightarrow 2z_0=2, 3z_0=3, 2x_0=2, 2y_0=0$$

Первая итерация:

$$x_1=2z_0 + x_0 + 2y_0 = 2 + 1 + 0 = 3$$

$$y_1=2z_0 + 2x_0 + y_0 = 2 + 2 + 0 = 4$$

$$z_1=3z_0 + 2x_0 + 2y_0 = 3 + 2 + 0 = 5$$

$$x_2=2z_0 - x_0 + 2y_0 = 2 - 1 + 0 = 1$$

$$y_2=2z_0 - 2x_0 + y_0 = 2 - 2 + 0 = 0$$

$$z_2=3z_0 - 2x_0 + 2y_0 = 3 - 2 + 0 = 1$$

$$x_3=2z_0 + x_0 - 2y_0 = 2 + 1 - 0 = 3$$

$$y_3=2z_0 + 2x_0 - y_0 = 2 + 2 - 0 = 4$$

$$z_3=3z_0 + 2x_0 - 2y_0 = 3 + 2 - 0 = 5$$

В результате мы получили исходный ПТ $(1, 0, 1)$ и два одинаковых ПТ. т.к. $x_2 < y_2$ то примем $x=4$, а $y=3$.

Вторая итерация: Теперь имеем ПТ $(4, 3, 5)$ $x_0=4, y_0=3, z_0=5$

$$x_1=2z_0 + x_0 + 2y_0 = 10 + 4 + 6 = 20$$

$$y_1=2z_0 + 2x_0 + y_0 = 10 + 8 + 3 = 21$$

$$z_1=3z_0+ 2x_0+2y_0=15 + 8 + 6 = 29$$

$$x_2=2z_0 - x_0+ 2y_0= 10 - 4+ 6 = 12$$

$$y_2=2z_0- 2x_0+ y_0=10 - 8 + 3 = 5$$

$$z_2=3z_0 - 2x_0+2y_0=15 - 8 + 6 =13$$

$$x_3=2z_0+ x_0 - 2y_0= 10 + 4 - 6 = 8$$

$$y_3=2z_0+2x_0 - y_0= 10 + 8 - 3 = 15$$

$$z_3=3z_0+2x_0 - 2y_0=15 + 8 - 6 = 17$$

Третья итерация: После второй итерации мы получим три основных ПТ, а именно ПТ(12,5,13), ПТ(8,15,17), ПТ(20,21,29).

Ранее мы принимали условия, что $x > y$. Для ПТ принципиального значения не имеет какой из катетов больше, поэтому будем считать что мы имеем в качестве исходных три ПТ: ПТ₁(12,5,13), ПТ₂(15,8,17), ПТ₃(21,20,29).

Аналогично, применяя к каждому из ПТ итерационные формулы, получим:

$$x_0=12,$$

$$y_0= 5,$$

$$z_0=13,$$

$$x_1=24,$$

$$y_1= 7,$$

$$z_1=25 \rightarrow \text{ПТ}(24,7,25)$$

$$x_2=28,$$

$$y_2=45,$$

$$z_2=53 \rightarrow \text{ПТ}(45,28,53)$$

$$x_3=48,$$

$$y_3=55,$$

$$z_3=73 \rightarrow \text{ПТ}(55,48,73)$$

$$x_0=15,$$

$$y_0= 8,$$

$$z_0=17,$$

$$x_1=35,$$

$$y_1=12,$$

$$z_1=37 \rightarrow \text{ПТ}(35,12,37)$$

$$x_2=33,$$

$$y_2=56,$$

$$z_2=65 \rightarrow \text{ПТ}(56,33,65)$$

$$x_3=65,$$

$$y_3=72,$$

$$z_3=97 \rightarrow \text{ПТ}(72,65,97)$$

$$x_0=21,$$

$$y_0=20,$$

$$z_0=29,$$

$$x_1=39,$$

$$y_1=80,$$

$$z_1=89 \rightarrow \text{ПТ}(80,39,89)$$

$$x_2=77,$$

$$y_2=36,$$

$$z_2=85 \rightarrow \text{ПТ}(77,36,85)$$

$$x_3=119$$

$$y_3=120$$

$$z_3=169 \rightarrow \text{ПТ}(120,119,169)$$

В результате мы получили 9 новых ПТ к каждому из которых далее, применив итерационные формулы, получим новую тройку ПТ и т. д.

Результаты проведенного расчета представлены в виде дерева (Рис.7).

Задача спуска по дереву ПТ от исходного к ПТ (1,0,1) реализуется с использованием формул $x_4= |2z_0- x_0-2y_0|$, $y_4= |2z_0-2x_0- y_0|$, $z_4= 3z_0-2x_0- 2y_0$.

Внимание! При реализации данного алгоритма могут иметь место следующие ситуации:

1. Выход на ПТ(1,0,1) реализован- следовательно исходный ПТ, т.е. ПТ с которого был начат спуск, является основным ПТ.

2. В результате конечного числа итераций (циклов) удалось выйти на ПТ(k,0,k), где $k > 0$. Это означает, что исходный ПТ не является основным, а имеет вид ПТ(kx, ky, kz).

3. В результате расчета программа заклинивается. Это означает, что через определенное число итераций результаты расчета совпадают по своим значениям с результатом какой-либо предыдущей итерации.

Следовательно, для исходной тройки значений x_0, y_0, z_0 спуск по формулам не может быть реализован. Контроль за этими тремя возможными ситуациями необходимо предусмотреть в реальной программе.

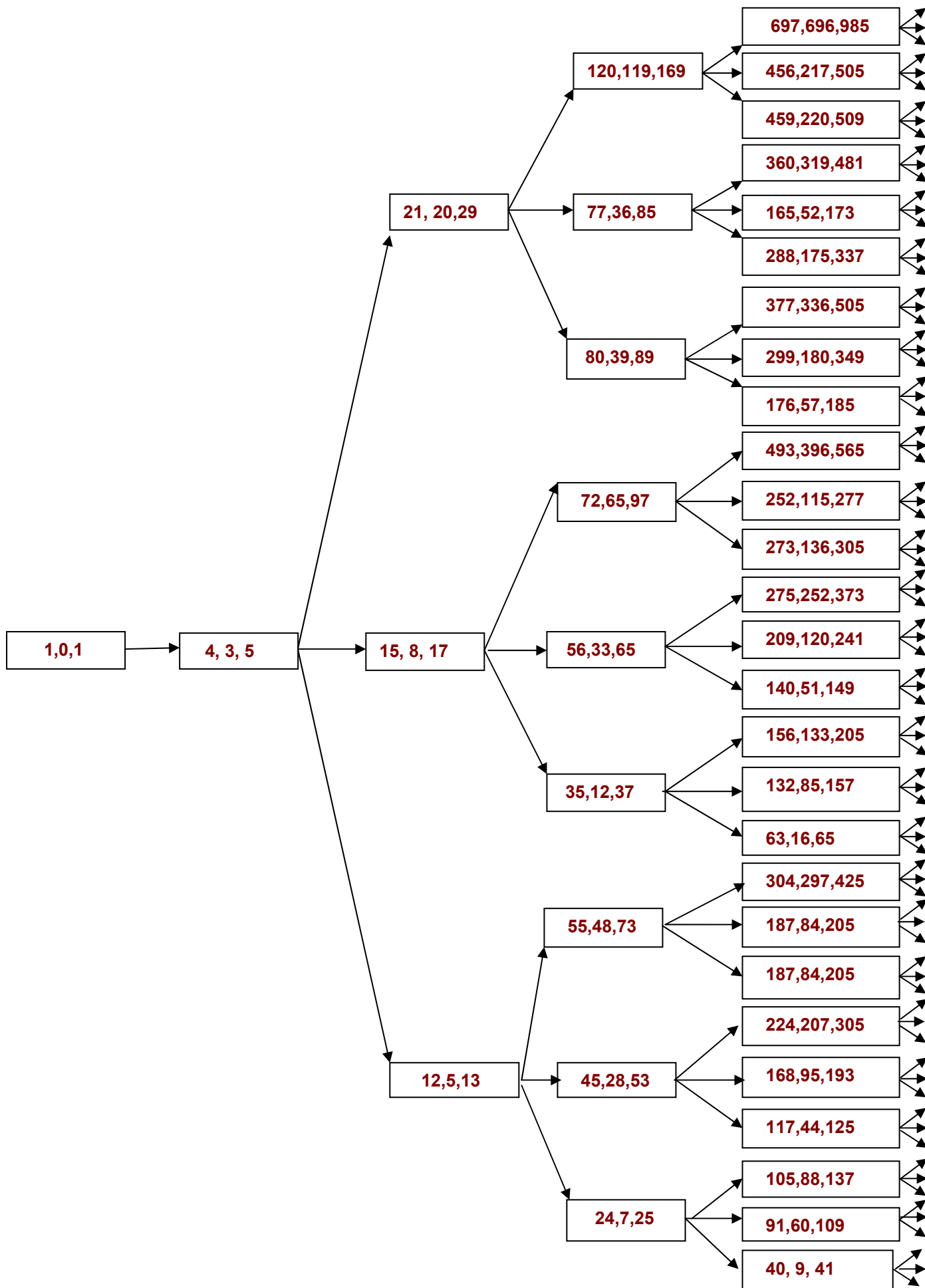


Рис.7 Дерево основных пифагоровых треугольников (дерево ПТ)

Пример 2 Пусть имеем в качестве исходных данных $x_0 = 532$, $y_0 = 165$

$$\rightarrow z_0 = \sqrt{532^2 + 165^2} = 557 \rightarrow \text{ПТ}(532, 165, 557)$$

Используя формулы E_4 проведем операцию спуска .

Первая итерация

$$x_{41} = | 2z_0 - x_0 - 2y_0 | = | 1114 - 532 - 330 | = 252$$

$$y_{41} = | 2z_0 - 2x_0 - y_0 | = | 1114 - 1064 - 165 | = 115$$

$$z_{41} = 3z_0 - 2x_0 - 2y_0 = 1671 - 1064 - 330 = 277$$

Вторая итерация.

$$x_{42} = | 2z_{41} - x_{41} - 2y_{41} | = | 554 - 252 - 230 | = 72$$

$$y_{42} = | 2z_{41} - 2x_{41} - y_{41} | = | 554 - 504 - 115 | = 65$$

$$z_{42} = 3z_{41} - 2x_{41} - 2y_{41} = 831 - 504 - 230 = 97$$

Третья итерация.

$$x_{43} = | 2z_{42} - x_{42} - 2y_{42} | = | 194 - 72 - 130 | = 8$$

$$y_{43} = | 2z_{42} - 2x_{42} - y_{42} | = | 194 - 144 - 65 | = 15$$

$$z_{43} = 3z_{42} - 2x_{42} - 2y_{42} = 291 - 144 - 130 = 17$$

Четвертая итерация.

$$x_{44} = | 2z_{43} - x_{43} - 2y_{43} | = | 34 - 8 - 30 | = 4$$

$$y_{44} = | 2z_{43} - 2x_{43} - y_{43} | = | 34 - 16 - 15 | = 3$$

$$z_{44} = 3z_{43} - 2x_{43} - 2y_{43} = 51 - 16 - 30 = 5$$

Пятая итерация.

$$x_{45} = | 2z_{44} - x_{44} - 2y_{44} | = | 10 - 4 - 6 | = 0$$

$$y_{45} = | 2z_{44} - 2x_{44} - y_{44} | = | 10 - 8 - 3 | = 1$$

$$z_{45} = 3z_{44} - 2x_{44} - 2y_{44} = 15 - 8 - 6 = 1$$

Т.о. после пятой итерации вышли на ПТ(1,0,1), следовательно исходный ПТ(532,165,557) – это основной ПТ.

Пример 3 Пусть имеем в качестве исходных данных

$$X_0 = 765 , Y_0 = 476 , Z_0 = \sqrt{765^2 + 476^2} = 901 \rightarrow \text{ПТ}(765, 476, 901)$$

Первая итерация

$$x_{41} = | 2z_0 - x_0 - 2y_0 | = | 1802 - 765 - 952 | = 85$$

$$y_{41} = | 2z_0 - 2x_0 - y_0 | = | 1802 - 1530 - 476 | = 204$$

$$z_{41} = 3z_0 - 2x_0 - 2y_0 = 2703 - 1530 - 952 = 221$$

Вторая итерация.

$$x_{42} = | 2z_{41} - x_{41} - 2y_{41} | = | 442 - 85 - 408 | = 51$$

$$y_{42} = | 2z_{41} - 2x_{41} - y_{41} | = | 442 - 170 - 204 | = 68$$

$$z_{42} = 3z_{41} - 2x_{41} - 2y_{41} = 663 - 170 - 408 = 85$$

Третья итерация.

$$x_{43} = | 2z_{42} - x_{42} - 2y_{42} | = | 170 - 51 - 136 | = 17$$

$$y_{43} = | 2z_{42} - 2x_{42} - y_{42} | = | 170 - 102 - 68 | = 0$$

$$z_{43} = 3z_{42} - 2x_{42} - 2y_{42} = 255 - 102 - 136 = 17$$

Т.о. после третьей итерации мы получим ПТ(17,0,17), следовательно исходный ПТ(765,476,901) не является основным, а имеет вид ПТ(kx, ky, kz), где k=17. Действительно, разделив значения x,y,z на k=17 получим основной ПТ(45, 28, 53)

Пример 4. Пусть имеем в качестве исходных данных

$$X_0 = 4.9525 , Y_0 = 1.698 , Z_0 = \sqrt{4.9525^2 + 1.698^2} = 5.2355$$

Первая итерация

$$x_{41} = | 2z_0 - x_0 - 2y_0 | = | 10.471 - 4.9525 - 3.396 | = 2.1225$$

$$y_{41} = | 2z_0 - 2x_0 - y_0 | = | 10.471 - 9.905 - 1.698 | = 1.132$$

$$z_{41} = 3z_0 - 2x_0 - 2y_0 = 15.7065 - 9.905 - 3.396 = 2.4055$$

Вторая итерация.

$$x_{42} = | 2z_{41} - x_{41} - 2y_{41} | = | 4.811 - 2.1225 - 2.264 | = 0.4245$$

$$y_{42} = | 2z_{41} - 2x_{41} - y_{41} | = | 4.811 - 4.245 - 1.132 | = 0.566$$

$$z_{42} = 3z_{41} - 2x_{41} - 2y_{41} = 7.2165 - 4.245 - 2.264 = 0.7075$$

Третья итерация.

$$x_{43} = | 2z_{42} - x_{42} - 2y_{42} | = | 1.415 - 0.4245 - 1.132 | = 0.1415$$

$$y_{43} = | 2z_{42} - 2x_{42} - y_{42} | = | 1.415 - 0.849 - 0.566 | = 0$$

$$z_{43} = 3z_{42} - 2x_{42} - 2y_{42} = 2.1225 - 0.849 - 1.132 = 0.1415$$

В данном примере в качестве исходных данных мы взяли x_0, y_0 с нецелыми значениями и после третьей итерации получили тройку (0.1415, 0, 0.1415). Это означает, что исходные

$$x = \frac{4.9525}{0.1415} = 35, y = \frac{1.698}{0.1415} = 12, z = \frac{5.2355}{0.1415} = 37 \rightarrow \text{ПТ}(35, 12, 37)$$

данные имеют общий множитель $k=0.1415$. Действительно если разделить исходные значения x_0, y_0, z_0 на 0.1415, то получим ПТ(35,12,37). Этот пример показывает, что наличие в исходных данных общего множителя не всегда является очевидным. В то же время наличие общего множителя указывает на то, что исходный треугольник является подобным треугольнику

$$x = \frac{x_0}{k}, y = \frac{y_0}{k}, z = \frac{z_0}{k}.$$

Пример 5 Пусть $x_0=1, y_0=0.4776 \rightarrow z_0=1.1082$

Первая итерация.

$$x_1 = | 2z_0 - x_0 - 2y_0 | = | 2.2164 - 1 - 0.9552 | = 0.2612$$

$$y_1 = | 2z_0 - 2x_0 - y_0 | = | 2.2164 - 2 - 0.4776 | = 0.2612$$

$$z_1 = 3z_0 - 2x_0 - 2y_0 = 0.3694$$

В данном примере после первой итерации получен результат $x_1=y_1$ поэтому дальнейшие итерации не имеют смысла, т.к. в результатах всегда будет иметь место равенство $x_i=y_i$. В расчетах это приведет к заикливанию.

При расчетах, принципиально возможны повторы результатов через несколько итераций, т.е. $x_i=x_j, y_i=y_j, z_i=z_j$ где $j = i + n$ и $n > 1$. Следует сказать, что повторы невозможны в случаях, когда в качестве начальных данных x_0, y_0, z_0 взяты элементы основного ПТ или ему подобного, т.е. имеющего вид kx_0, ky_0, kz_0 . Повторы результатов при итерациях для исходной пары значений x_0, y_0 могут быть обусловлены двумя основными причинами:

- ограничениями в разрядности вычислений, т.е. ограничение числа знаков после запятой. Например, если $x_0=1, y_0=2, z_0=\sqrt{5}, z_0=2.2360679$.

- функциональной зависимостью значения x от y , т.е. $x_0 = j(y_0)$ такой, что

$$x_i = x_j, y_i = y_j, z_i = z_j \text{ где } j - \text{число итераций и } j > 1.$$

Случай $x_0 = y_0$ является тривиальным, так если $x_0 = y_0, z_0 = x_0\sqrt{2}$ и тогда после первой и последующей итерации будем иметь $x_1 = y_1$

$$x_1 = | 2x_0\sqrt{2} - x_0 - 2x_0 | = x_0 | 2\sqrt{2} - 3 | = 0.171573x_0, y_1 = x_0 \cdot 0.171573..., z_1 = x_0 \cdot 0.2426405$$

и при всех последующих итерациях будет $x_j=y_j$ т.е. процесс спуска не имеет смысла.

Для определения функциональной зависимости $x_0 = j(y_0)$ необходимо задать значение j . Однако следует сказать, что такие расчеты даже при $j = 2$

являются громоздкими ввиду наличия в промежуточных результатах знаков модулей.

Для оценки предельных значений x и y как элементов произвольной пары, обратимся к формулам $x=n^2+2mn$, $y=2m^2+2mn$ где n и m - любые действительные числа.

Для определения предельных значений x и y необходимо рассмотреть варианты: $(n \rightarrow \infty, m \rightarrow \infty)$, $(n \rightarrow \infty, m \rightarrow 0)$, $(n \rightarrow 0, m \rightarrow \infty)$, $(n \rightarrow 0, m \rightarrow 0)$

При этом порядок бесконечно малых должен быть одним, т.е. если

$$n \rightarrow 0 \text{ то } \lim_{(m \rightarrow \infty)} \left(\frac{1}{m} \right) = 0, \text{ т.е. } \lim_{(n \rightarrow 0)} (n) = \lim_{(m \rightarrow \infty)} \left(\frac{1}{m} \right)$$

$$1. \text{ Пусть } n \rightarrow \infty, m \rightarrow \infty \rightarrow \lim_{(n \rightarrow \infty)} (x) = \lim_{(n \rightarrow \infty)} (n^2) + \lim_{(n \rightarrow \infty)} (2mn) = \infty \\ \rightarrow \lim_{(n \rightarrow \infty)} (y) = \lim_{(n \rightarrow \infty)} (2m^2) + \lim_{(n \rightarrow \infty)} (2mn) = \infty$$

$$2. \text{ Пусть } n \rightarrow \infty, m \rightarrow 0 \rightarrow \lim_{(m \rightarrow 0)} (x) = \lim_{(n \rightarrow \infty)} (n^2) + \lim_{(m \rightarrow 0)} (2mn) = \infty \\ \rightarrow \lim_{(m \rightarrow 0)} (y) = \lim_{(n \rightarrow \infty)} (2m^2) + \lim_{(m \rightarrow 0)} (2mn) = 2$$

Это означает, что при любом увеличении значения x , значение y не может быть меньше числа 2.

$$3. \text{ Пусть } n \rightarrow 0, m \rightarrow \infty \rightarrow \lim_{(m \rightarrow \infty)} (x) = \lim_{(n \rightarrow 0)} (n^2) + \lim_{(m \rightarrow \infty)} (2mn) = 2 \\ \rightarrow \lim_{(m \rightarrow \infty)} (y) = \lim_{(n \rightarrow 0)} (2m^2) + \lim_{(m \rightarrow \infty)} (2mn) = \infty$$

Это означает, что при любом увеличении значения y , значение x не может быть меньше числа 2.

$$4. \text{ Пусть } n \rightarrow 0, m \rightarrow 0 \rightarrow \lim_{(n \rightarrow 0)} (x) = \lim_{(n \rightarrow 0)} (n^2) + \lim_{(n \rightarrow 0)} (2mn) = 0 \\ \rightarrow \lim_{(n \rightarrow 0)} (y) = \lim_{(n \rightarrow 0)} (2m^2) + \lim_{(n \rightarrow 0)} (2mn) = 0$$

Утверждение 2

“ В прямоугольной системе координат имеются сектора, попасть в которые, используя любые пары действительных чисел, НЕВОЗМОЖНО”. Гипотетически можно считать, что “Утверждение 2 “- это математическое подтверждение возможности существования **ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ МИРОВ**.

Читателям предоставляется возможность строго доказать или опровергнуть это утверждение.

Геометрическое представление уровней дерева ПТ

Рассмотрим плоское поле, образуемое деревом ПТ(Рис.8). В декартовой прямоугольной системе координат относительно центра O проведем окружности радиусами, равными значениям гипотенуз основных пифагоровых треугольников дерева ПТ, т.е. $\Gamma=Z$. Получим группы концентрических окружностей для каждого из уровней дерева. Таких окружностей будет, для

-первого уровня –одна, $\Gamma=5$ (радиус в пять масштабных единиц);

-второго уровня –три, $\Gamma_1=13, \Gamma_2=17, \Gamma_3=29$;

-третьего уровня –девять, $\Gamma_1=25, \Gamma_2=37, \Gamma_3=53, \Gamma_4=65, \Gamma_5=73, \Gamma_6=85, \Gamma_7=89, \Gamma_8=97, \Gamma_9=169$.

Таким образом каждый уровень дерева ПТ определяет свою квази-оболочку, состоящую из числа окружностей, равных числу ПТ на данном уровне. На Рис.8 представлены эти окружности. Для компактности и наглядности рисунка радиусы окружностей трех уровней дерева ПТ заданы в логарифмическом масштабе в соответствии с данными таблицы 2.

Таблица 2.

Уровень	1			2			2		
	x	y	z	x	y	z	x	y	z
	4	3	5	12	5	13	15	8	17
lg	0,6021	0,4771	0,6990	1,0792	0,6990	1,1139	1,1761	0,9031	1,2304
Уровень	2			3			3		
	x	y	z	x	y	z	x	y	z
	21	20	19	24	7	25	35	12	37

lg	1,3222	1,3010	1,4624	1,3802	0,8451	1,3979	1,5441	1,0792	1,5632
Уровень	3			3			3		
	x	y	z	x	y	z	x	y	z
	45	28	53	56	33	65	55	48	73
lg	1,6532	1,4472	1,7243	1,7482	1,5185	1,8129	1,7404	1,6812	1,8633
Уровень	3			3			3		
	x	y	z	x	y	z	x	y	z
	77	36	85	80	39	89	72	65	97
lg	1,8865	1,5563	1,9294	1,9031	1,5911	1,9494	1,8573	1,8129	1,9868
Уровень	3								
	x	y	z						
	120	119	169						
lg	2,0792	2,0755	2,2279						

На каждой окружности заданного радиуса, имеют место ограниченное число рациональных точек. Так, на окружности первого уровня дерева ПТ с радиусом $r=5$ в секторе $0 < \alpha < 45^\circ$ имеется всего две рациональных точки, а именно $M_1(4,3)$ и $M_2(3,4)$. Других рациональных точек в указанном секторе нет. В таблице 5.2 представлены координаты рациональных точек на каждой из окружностей рисунка 9

Таблица 3

Уровень	1	2	2	2	3	3	3	3	3
$z=r$	5	13	17	29	25	37	53	65	73
$M_1(x,y)$	4,3	12,5	15,8	21,20	24,7	35,12	45,28	56,33	55,48
$M_2(x,y)$	3,4	5,12	8,15	20,21	7,24	12,35	28,45	33,56	48,55
k	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Уровень	3	3	3	3	3	3	3	3	3
$z=r$	85	89	97	169	65	65	65	85	85
$M_1(x,y)$	77,36	80,39	72,65	120,119	63,16	52,39	60,25	84,13	68,51
$M_2(x,y)$	36,77	39,80	65,72	119,120	16,63	3952	25,60	13,84	51,68
k	1	1	1	1	1	13	5	1	17
Уровень	3				где	Уровень	-уровень дерева ПТ		
$z=r$	85					z=r	-радиус окружности		
$M_1(x,y)$	75,40					$M_1(x,y)$	-рациональные точки с координатами x,y		
$M_2(x,y)$	40,75					$M_2(x,y)$			
k	5					k	-общий множитель (целое число) в значениях элементов x,y,z		

Из данных таблицы видно, что на двух окружностях $r=65$ и $r=85$, в секторе $0 < \alpha < 45^\circ$, имеют место по восемь рациональных точек. Так, например, на окружности радиусом $r=65$ имеем $M_1(56,33)$, $M_2(33,56)$, $M_3(63,16)$, $M_4(16,63)$, $M_5(52,39)$, $M_6(39,52)$, $M_7(60,25)$, $M_8(25,60)$.

В векторном исчислении, вводя понятие единичного вектора (орта), модуль которого равен ЕДИНИЦЕ, фактически в неявной форме, вводят постулат о том, что в замкнутой системе векторов имеет место ОБЯЗАТЕЛЬНОЕ условие соизмеримости каждого из векторов с заданным единичным ортом. Таким образом ОРТ указывает не только направление, но и задает соизмеримость модулей и коэффициентов с данной единицей. Такой подход полностью соответствует понятию «рациональной точки». Ясно, что модуль единичного орта может иметь различный «вес». Так, за единицу длины может быть принята 10^{-8} см (один ангстрем), так и 10^6 км. Размер единицы зависит не только от выбора исследователем системы векторов, сколько от самого процесса возникновения этой системы векторов, т.е. реальных сил, создающих векторное поле. На основании данного условия можно утверждать, что в зависимости от единицы измерения могут иметь место как СВЕРХМАЛЫЕ УПОРЯДОЧЕННЫЕ множества (деревья), подобные дереву ПТ, так и СВЕРХБОЛЬШИЕ. Единица измерения определяет остов «скелет» дерева. Кроме этого, этот остов может быть задан в определенном масштабе. Задание масштаба для всего дерева означает умножение всех элементов дерева на всех уровнях на один общий коэффициент масштаба k_m . Масштабирование-это второй

способ изменения размеров всего дерева. Рациональные точки на окружностях заданного радиуса могут рассматриваться как точки устойчивого равновесия пары взаимно \perp векторов с точным значением равнодействующей этих векторов. Практическая значимость этого свойства рациональных точек на окружностях может быть определена для конкретных случаев соответствующими специалистами в различных областях.

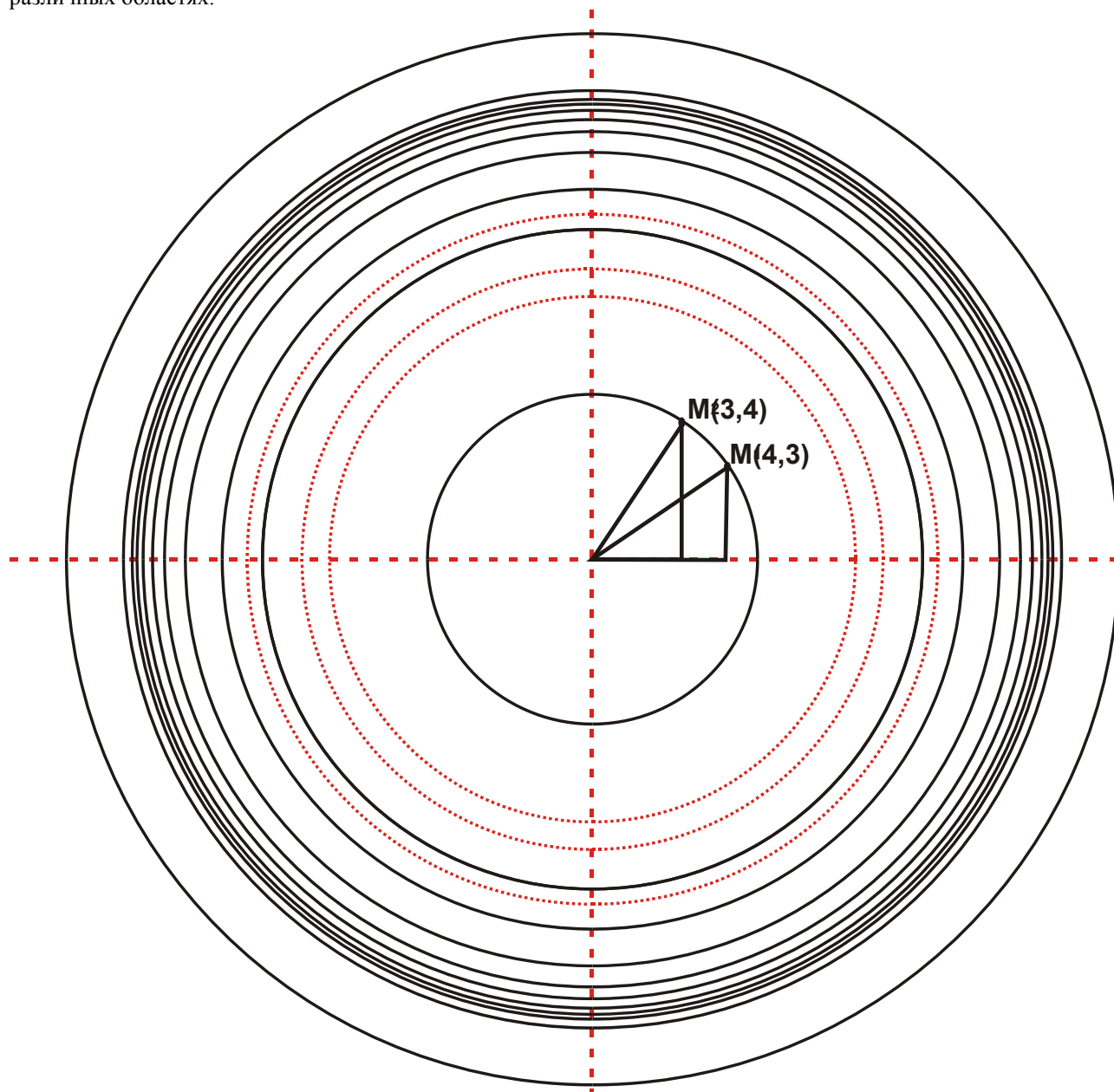


Рис8 Окружности радиусами гипотенуз трех уровней дерева ПТ

Основные свойства дерева ПТ

Формулы ($E_1 \div E_3$), ввиду их линейности, могут быть использованы для любых значений взаимно связанных троек чисел вида $X_0, Y_0, Z_0 = \sqrt{x^2 + y^2}$. Так если X_0, Y_0, Z_0 – целые взаимно простые числа, то многократное использование формул ($E_1 \div E_3$) позволит создать упорядоченное множество (дерево) основных пифагоровых треугольников. Если X_0, Y_0 – целые числа, а $Z_0 = \sqrt{x^2 + y^2}$ – иррациональное число, то с помощью указанных итераций можно создать упорядоченное множество троек чисел сохраняющих в себе все характерные особенности исходной тройки чисел. Так как любое дерево такого типа формируется с помощью итерационных формул, то и такие множества будут обладать рядом общих свойств. Представим часть из этих свойств.

1. Дерево сформировано путем последовательного применения (итераций) формул подъема к исходным и затем к вновь получаемым тройкам значений X_i, Y_i, Z_i формул ($E_1 \div E_3$)
2. Формулы ($E_1 \div E_3$) реализуют тройное ветвления значений элементов (см.Рис.7).
3. Упорядоченное множество имеет уровни (ярусы), при этом общее число троек (X_i, Y_i, Z_i) на каждом уровне однозначно отражает его «удаленность» от нулевого уровня.
4. Если исходная тройка X_0, Y_0, Z_0 имела взаимно простые значения для X_0, Y_0 , то ввиду линейности преобразований последующие значения X_i, Y_i, Z_i будут элементами основных пифагоровых треугольников. Это свойство позволяет реализовать упорядоченные множества элементов с одинаковыми признаками.
5. Дерево основных ПТ имеет крайние ветви (см.Рис.7) вида
 $ПТ_1(x, y, x+1)$ и $ПТ_2(x, x+1, z)$

Здесь для $ПТ_1$ значение Z больше на единицу, чем значение одного из катетов. Для $ПТ_2$ разность между значениями катетов равна единице. Для $ПТ_1$ с увеличением значения $X_i (Y_i)$ происходит приближение к оси $X (Y)$. Для $ПТ_2$ с увеличением X_i происходит приближение к лучу с $\alpha = 45^\circ$.

6. Дерево ПТ при $X_0 > Y_0$ располагается в секторе $0 < \alpha < 45^\circ$, а для случая $Y_0 > X_0$ соответственно в секторе $45^\circ < \alpha < 90^\circ$. В секторе $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ имеем в качестве минимального треугольника ПТ (4,3,5), а в секторе $45^\circ < \alpha < 90^\circ$ соответственно ПТ(3,4,5).
7. Для реализации спуска по дереву необходимо использование формул (E_4).
8. Если исходная тройка Z_0, Y_0, X_0 взаимно простые, то после конечного числа итераций будет реализован выход на «нулевой» уровень дерева, т.е. будет получена одна из троек $ПТ_1(0, 1, 1)$ или $ПТ_2(1, 0, 1)$. Если в исходных значениях элементов имел место общий множитель « k », то соответственно будем иметь $ПТ_1(0, k, k)$ или $ПТ_2(k, 0, k)$. Это свойство может быть использовано для определения общего множителя в значениях x, y, z .
9. При спуске по дереву может иметь место ЗАЦИКЛИВАНИЕ, т.е. выход, после ряда итераций, снова на тройку исходных значений X_0, Y_0, Z_0 .

10. Итерационные формулы могут быть использованы для получения в секторе от $0^{\circ} \div 45^{\circ}$ очень большого числа основных ПТ. Это число ограничивается только техническими возможностями используемого компьютера. В работе приведена программа выполненная в редакторе Mathcad 12 и обеспечивающая такой расчет.
11. В прямоугольной системе координат имеются сектора попасть в которые НЕВОЗМОЖНО.

В Ы В О Д Ы

На основании изложенного можно сделать следующие основные выводы:

1. Замкнутость операций сложения (вычитания) значений элементов треугольника между собой (см.Рис.7) позволяет в аналитической форме записать значения этих элементов в виде взаимосвязанных функций двух параметров – (m, n) , т.е. $x=\varphi_1(m,n)$, $y=\varphi_2(m,n)$, $z=\varphi_3(m,n)$,
где X, Y, Z – значения сторон произвольного треугольника. Имеется восемь вариантов троек таких представлений.
2. Каждая точка функции $y=f(x)$, в связи с объективной закономерностью замкнутости, указанной в п.1., имеет элементы координатного треугольника не только в виде: y -функция, X -аргумент, но и в виде трех взаимно связанных функций двух аргументов m, n например,

$$x=n^2+2mn, y=2m^2+2mn, z=n^2+2mn+2m^2$$

$$\rightarrow z = \sqrt{x^2 + y^2} = n^2+2mn+2m^2 = (n + m)^2 + m^2$$

Следовательно, рациональное значение z прямоугольного треугольника

всегда можно представить в виде суммы двух квадратов.

3. Для X_i, Y_i -координат точки $M_i(X_i, Y_i)$ в системе координат X, Y точка будет РАЦИОНАЛЬНОЙ если значения m_i, n_i будут рациональными.
4. С помощью предложенных автором, трех систем уравнений, из исходной тройки значений $X_0, Y_0, Z_0 = \sqrt{x^2 + y^2}$., реализуется (подъем) формирование УПОРЯДОЧЕННОГО множества новых троек значений X_i, Y_i, Z_i с сохранением основных числовых характеристик исходных чисел X_0, Y_0, Z_0 .
5. С помощью системы уравнений (E_4) реализуется «спуск» на начальный уровень множества созданного в соответствии с п.4.
6. Спуск на начальный уровень дерева ПТ реализует процедуру определения,
в исходных значениях x_0, y_0, z_0 , наличие общего множителя.
7. Структура функции вида $y=f(x)$ имеет более детальное отображение своих характеристик в виде $y=f(x)=\varphi_1(m,n)$.

8. Множество точек декартовой системы координат с помощью итерационных

формул можно разделить на четыре основных подмножества:

-точки, лежащие на лучах основных пифагоровых треугольников

(подмножество R рациональных точек)

-точки, не лежащие на лучах основных ПТ, но имеющие

действительные

значения координат, (подмножество N иррациональных точек)

- точки, имеющие действительные значения координат при которых, через определенное число итераций спуска, реализуется режим зацикливания, т.е. выход на исходное значение координат

(подмножество С

закольцованных точек)

- точки, лежащие в секторах недоступности (подмножество J).

Программа расчета дерева ПТ

Программа выполнена в редакторе Mathcad Professional
(Для работы текст программы необходимо записать в Mathcad)

Программа расчета дерева ПТ с нулевого уровня

В программе следующие условия

1. $X > Y$

2. Все ПТ находятся в секторе $0^0 < \alpha < 45^0$

3. Введено ограничение на расчет дерева ПТ до определенного уровня в зависимости от заданного значения g_{max} (см. таблицу)

4. Не введена сортировка по углу, которая может быть выполнена

Рекомендуемое максимальное значение $g_{max} = 3279$, при этом число ПТ в таблице $M = 9841$.

При выборе больших значений g_{max} следует соблюдать осторожность в связи с большим объемом таблицы и возможностями памяти компьютера.

В этом случае рекомендуется записать резервную копию файла программы.

Так, при $g = 797157$ в секторе от 0^0 до 45^0 будем иметь 2391475 ПТ.

Средняя градация лучами ПТ сектора $0^0 < \alpha < 45^0$ может быть определена по формуле

$$\Delta\alpha = \frac{162000}{265720} = 0.60966. \text{ При } g = 797157 \quad \Delta\alpha = 0.0677 \text{ секунды.}$$

Где

162000- число секунд в секторе

265720- число ПТ (с использованием 12 уровня дерева ПТ).

Уровень	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
g_{max}	0	3	12	39	120	363	1092	3279	9840	29523	88572	265718	797157
число ПТ	4	13	40	121	364	1093	3280	9841	29524	88573	265719	797158	2391475

M2 := (4 3 5 1.3333 36.8699)

x₀ := 4 y₀ := 3 z₀ := 5

```

M33 := | V ← M2
        | V2 ← 0
        | Mg ← M2
        | for g ∈ 0.. 12
          | V ← | V ← Mg
                | X0 ← Mgg,0
                | Y0 ← Mgg,1
                | Z0 ← Mgg,2
                | V ← Mg
                | for h ∈ 0.. rows(Mg) - 1
                  | Vrows(Mg),0 ← 2 · Z0 + 2 · X0 + Y0
                  | Vrows(Mg),1 ← 2 · Z0 + X0 + 2 · Y0
                  | Vrows(Mg),2 ← 3 · Z0 + 2 · X0 + 2 · Y0
                  | Vrows(Mg)+1,0 ← 2 · Z0 + 2 · X0 - Y0
                  | Vrows(Mg)+1,1 ← 2 · Z0 + X0 - 2 · Y0
                  | Vrows(Mg)+1,2 ← 3 · Z0 + 2 · X0 - 2 · Y0
                  | Vrows(Mg)+2,0 ← 2 · Z0 - X0 + 2 · Y0
                  | Vrows(Mg)+2,1 ← 2 · Z0 - 2 · X0 + Y0
                  | Vrows(Mg)+2,2 ← 3 · Z0 - 2 · X0 + 2 · Y0
                  | for h ∈ 0.. rows(Mg) + 1
                    | Vh+1,3 ← Vh+1,0 ÷ Vh+1,1
                    | for h ∈ 0.. rows(Mg) + 1
                      | Vh+1,0 ← Vh+1,1 ÷ Vh+1,0
                      | for h ∈ 0.. rows(Mg) + 1
                        | Vh+1,4 ← atan(Vh+1,0) · 57.2958
                        | V ← V
                        | Mg ← V
                        | Mg
          | V ← V

```

```

M3:=
|
| V ← M33
|
| for h = 1
| V0,5 ← 1
| for b ∈ 1...3
| V0,5 ← 2
| for b ∈ 4...12
| V0,5 ← 3
| for b ∈ 13...39
| V0,5 ← 4
| for b ∈ 40...120
| V0,5 ← 5
| for b ∈ 121...363
| V0,5 ← 6
| for b ∈ 364...1092
| V0,5 ← 7
| for b ∈ 1093...3279
| V0,5 ← 8
| for b ∈ 3280...9840
| V0,5 ← 9
| V

```

V2 ← csort(V,4)

Ниже представлен фрагмент общей таблицы. Полную таблицу можно получить с использованием текста программы в MathCad .

Прошу обратить внимание на то, что с помощью данной программы можно получить таблицу с числом основных ПТ в соответствии с возможностями используемого компьютера (разрядностью и объемом оперативной памяти). Так, например, при $q = 7174426$ получим дерево ПТ с 16 уровнями и с общим числом ПТ равным 21523279, расположенных в секторе от 0^0 до 45^0 . Этот пример показывает, что если в прямоугольной системе координат провести лучи, являющиеся продолжениями гипотенуз основных ПТ, то вся плоскость этой системы координат будет иметь вид пучка таких лучей, исходящих из начала координат. На каждом из таких лучей найдется бесконечное число точек координаты которых имеют вид $k \cdot x_{пт}$, $k \cdot y_{пт}$, $k \cdot z_{пт}$. Значение множителя k можно определить, применив формулы E_4 . Таким образом все множество точек прямоугольной системы координат можно представить в виде конечного числа непересекающихся подмножеств точек, находящихся на лучах гипотенуз основных ПТ. Может возникнуть вопрос- “ Точки с иррациональными координатами ? “. Любую точку с иррациональными координатами можно заменить точкой с рациональными координатами, при этом степень приближения к местоположению исходной точки будет зависеть только от возможностей используемого компьютера (разрядности и объема оперативной памяти). Методика перехода от иррациональной точки (с иррациональными координатами) рассмотрена ниже.

ВЫВОД Все множество точек прямоугольной системы координат можно представить в виде конечного числа непересекающихся подмножеств. При этом будут иметь место сектора НЕДОСТУПНОСТИ. Указать координаты точек, находящихся в этих секторах, НЕВОЗМОЖНО.

X	Y	Z	X/Y	α	уровень
4	3	5	1.3333	36.8699	1
21	20	29	1.05	43.602835	2
15	8	17	1.875	28.072497	2
12	5	13	2.4	22.619873	2
120	119	169	1.008403	44.760286	3
80	39	89	2.051282	25.989243	3
77	36	85	2.138889	25.057624	3
72	65	97	1.107692	42.075037	3
56	33	65	1.69697	30.510248	3
35	12	37	2.916667	18.924651	3
55	48	73	1.145833	41.112105	3
45	28	53	1.607143	31.890803	3
24	7	25	3.428571	16.260211	3
697	696	985	1.001437	44.958885	4
459	220	509	2.086364	25.608541	4
456	217	505	2.101382	25.44872	4
377	336	505	1.122024	41.708931	4
299	180	349	1.661111	31.048233	4
176	57	185	3.087719	17.94526	4
360	319	481	1.128527	41.544524	4
288	175	337	1.645714	31.284504	4
165	52	173	3.173077	17.492331	4
403	396	565	1.017677	44.498063	4
273	136	305	2.007353	26.481049	4
252	115	277	2.191304	24.529556	4
275	252	373	1.09127	42.501026	4
209	120	241	1.741667	29.862845	4
140	51	149	2.745098	20.015967	4
156	133	205	1.172932	40.449733	4
132	85	157	1.552941	32.779092	4
63	16	65	3.9375	14.250038	4
304	297	425	1.023569	44.332707	4
208	105	233	1.980952	26.785005	4
187	84	205	2.22619	24.189523	4
224	207	305	1.082126	42.74126	4
168	95	193	1.768421	29.487136	4
117	44	125	2.659091	20.6097	4
105	88	137	1.193182	39.966227	4
91	60	109	1.516667	33.3985	4
40	9	41	4.444444	12.680388	4

2.2 Методика перемещения точки по кроне дерева ПТ

Задача “Предложить методику перемещения исходной точки по кроне дерева ПТ “.

Поставленную задачу можно решить с помощью итерационных формул

$$\begin{aligned}x_{11} &= 2z_0 + 2x_0 + y_0 \\ E_1 =: y_{11} &= 2z_0 + x_0 + 2y_0 \\ z_{11} &= 3z_0 + 2x_0 + 2y_0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_{12} &= 2z_0 - 2x_0 + y_0 \\ E_2 =: y_{12} &= 2z_0 - x_0 + 2y_0 \\ z_{12} &= 3z_0 - 2x_0 + 2y_0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_{13} &= 2z_0 + 2x_0 - y_0 \\ E_3 =: y_{13} &= 2z_0 + x_0 - 2y_0 \\ z_{13} &= 3z_0 + 2x_0 - 2y_0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_{14} &= | 2z_0 - 2x_0 - y_0 | \\ E_4 =: y_{14} &= | 2z_0 - x_0 - 2y_0 | \\ z_{14} &= 3z_0 - 2x_0 - 2y_0 ,\end{aligned}$$

где x_0, y_0, z_0 - координаты исходной точки.

1. Перемещение вверх реализуется с помощью формул ($E_1 \div E_3$).

2. Перемещение вниз (катаболизм) реализуется с помощью формул (E_4).

Для исследования возможностей формул ($E_1 \div E_3$) произведем их символичные вычисления, для этого, в процессе каждой итерации в итерационные формулы подставим аналитическое выражение предыдущих значений элементов x_i, y_i, z_i . Результаты таких расчетов представлены в таблице 2. В этой таблице

- в последнем столбце имеем значения элементов дерева ПТ. Эти значения получаются в случае подстановки в соответствующие формулы $x=4, y=3, z=5$.

- в первом столбце (№) указана цифра в которой в первой позиции- номер уровня .

Таблица 2		Первая итерация		
№	X	Y	Z	Дерево ПТ
11	$2z+2x+y$	$2z+x+2y$	$3z+2x+2y$	21,20,29
12	$2z+2x-y$	$2z+x-2y$	$3z+2x-2y$	15,8,17
13	$2z-x+2y$	$2z-2x+y$	$3z-2x+2y$	12,5,13
спуск	$ 2z-x-2y $	$ 2z-2x-y $	$3z-2x-2y$	1,0,1

Вторая итерация				
21	$12Z+9x+8y$	$12Z+8x+9y$	$17Z+12x+12y$	120,119,169
22	$8z+7x+4y$	$4z+4x+y$	$9z+8x+4y$	80,39,89
23	$8z+4x+7y$	$4z+x+4y$	$9Z+4x+8y$	77,36,85
24	$12Z+9x-8y$	$12Z+8x-9y$	$17Z+12x-12y$	72,65,97
25	$8z+7x-4y$	$4z+4x-y$	$9z+8x-4y$	56,33,65
26	$8z+4x-7y$	$4z+x-4y$	$9z+4x-8y$	35,12,37
27	$12Z-8x+9y$	$12Z-9x+8y$	$17Z-12x+12y$	55,48,73
28	$8z-4x+7y$	$4Z-x+4y$	$9z-4x+8y$	45,28,53
29	$8z-7x+4y$	$4z-4x+y$	$9z-8x+4y$	24,7, 25

Из этих формул можно выделить формулы перемещений

Таблица 3

1	$ 4z-4x-y $	$ 8z-7x-4y $	$9z-8x-4y$	1,0,1
2	$ 4z-x-4y $	$ 8z-4x-7y $	$9z-4x-8y$	4,3,5
3	$ 12Z-8x-9y $	$ 12Z-9x-8y $	$17Z-12x-12y$	1,0,1

Рассмотрим на конкретном примере результаты применения формул таблицы 3.

Пример 1 Пусть имеем в качестве исходных данных $x=80$, $y=39$, $z=89$
Подставим эти значения в формулы строки 1 табл.3

$$\rightarrow y = |4 \cdot 89 - 4 \cdot 80 - 39| = 3$$

$$\rightarrow x = |8 \cdot 89 - 7 \cdot 80 - 4 \cdot 39| = 4$$

$$\rightarrow z = 9 \cdot 89 - 8 \cdot 80 - 4 \cdot 39 = 5.$$

Результат От значений элементов ПТ второго уровня дерева с помощью формул строки 1 табл.3 , перешли к исходным данным , т.е. совершили переход по кроне дерева “перепрыгнув “ через один уровень дерева.

строки 2 табл.3

$$\rightarrow x = |4 \cdot 89 - 80 - 4 \cdot 39| = 120$$

$$\rightarrow x = |8 \cdot 89 - 4 \cdot 80 - 7 \cdot 39| = 119$$

$$\rightarrow z = 9 \cdot 89 - 4 \cdot 80 - 8 \cdot 39 = 169.$$

Результат От значений элементов ПТ второго уровня дерева с помощью формул строки 2 табл.2 , . совершили переход по кроне дерева на другой ПТ в своей триаде (см. Рис.2).

строки 3 табл.3

$$\rightarrow y = |12 \cdot 89 - 8 \cdot 80 - 9 \cdot 39| = 77$$

$$\rightarrow x = |12 \cdot 89 - 9 \cdot 80 - 8 \cdot 39| = 36$$

$$\rightarrow z = 17 \cdot 89 - 12 \cdot 80 - 12 \cdot 39 = 85$$

Результат От значений элементов ПТ второго уровня дерева с помощью формул строки 2 табл.2 , . совершили переход по кроне дерева на другой ПТ в своей триаде (см. Рис.8, стрелки- красным цветом).

Таблица 4 Третья итерация

310	70z+50x+49y	70z+49x+50y	99z+70x+70y	697,696,985
311	46Z+34x+31y	22Z+17x+14y	51Z+38x+34y	459,220,509
312	46Z+31x+34y	22Z+14x+17y	51Z+34x+38y	456,217,505
313	38z+34x+17y	34z+31x+14y	51z+46x+22y	377,336,505
314	30z+26x+15y	18z+15x+10y	35z+30x+18y	299,180,349
315	18Z+17x+6y	6Z+6x+y	19Z+18x+6y	176,57,185
316	38z+17x+34y	34z+14x+31y	51z+22x+46y	360,319,481
317	30z+15x+26y	18z+10x+15y	35z+18x+30	288,175,337
318	18Z+6x+17y	6Z-2x+10y	19Z+6x+18y	165,52,173
319	70z+50x-49y	70z+49x-50y	99z+70x-70y	403,396,565

320	$46z+34x-31y$	$22z+17x-14y$	$51Z+39x-34y$	273,136,305
321	$46Z+31x-34y$	$22Z+14x-17y$	$51Z+34x-38y$	252,115,277
322	$38z+34x-17y$	$34z+31x-14y$	$51z+46x-22y$	275,252,373
323	$30z+26x-15y$	$18z+15x-10y$	$35Z+30x-18y$	209,120,241
324	$18Z+17x-6y$	$6Z+6x-y$	$19Z+18x-6y$	140,51,149
325	$38z+17x-34y$	$34z+14x-31y$	$51z+22x+46y$	156,133,205
326	$30z+15x-26y$	$18z+10x-15y$	$35Z+18x-30y$	132,85,157
327	$18Z+6x-17y$	$6Z+x-6y$	$19Z+6x+18y$	63,16,65
328	$70z-49x+50y$	$70z-50x+49y$	$99z-70x+70y$	304,297,425
329	$46Z-31x+34y$	$22Z-14x+17y$	$51Z-34x+38y$	208,105,233
330	$46Z-34x+31y$	$22Z-17x+14y$	$51Z-38x+34y$	187,84,205
331	$38z-17x+34y$	$34Z-14x+31y$	$51z-22x+46y$	224,207,305
332	$30z-15x+26y$	$18z-10x+15y$	$35Z-18x+30y$	168,95,193
333	$18Z-6x+17y$	$6Z-x+6y$	$19Z-6x+18y$	117,44,125
334	$38z-34x+17y$	$34z-31x+14y$	$51z-46x+22y$	105,88,137
335	$18Z-6x+17y$	$6Z-x+6y$	$19Z-6x+18y$	117,44,125
336	$18Z-17x+6y$	$6Z-6x+y$	$19Z-18x+6y$	40,9,41

Из этих формул можно выделить формулы перемещений

Таблица 5

<i>1</i>	$70z-49x-50y$	$70z-50x-49y$	$99z-70x-70y$	4,3,5
<i>2</i>	$46Z-34x-31y$	$22Z-17x-14y$	$51Z-38x-34y$	1,0,1
<i>3</i>	$46Z-31x-34y$	$22Z-14x-17y$	$51Z-34x-38y$	4,3,5

<i>I</i>	70z-49x-50y	70z-50x-49y	99z-70x-70y	4,3,5
4	34z-31x-14y	38z-34x-17y	51z-46x-22y	4,3,5
5	34Z-14x-31y	38z-17x-34y	51z-22x-46y	21,20,29
6	30z-15x-26y	18z-10x-15y	35Z-18x-30y	12,5,13
7	18Z-6x-17y	6Z-x-6y	19Z-6x-18y	15,8,17
8	18Z-17x-6y	6Z-6x-y	19Z-18x-6y	4,3,5
9	30z-26x-15y	18z-15x-10y	35Z-30x-18y	1,0,1

В таблице 5 в столбце 5 приведены результаты расчетов при $x=4$, $y=3$, $z=5$.

Пример 2 Пусть имеем в качестве исходных данных $x=80$, $y=39$, $z=89$
Подставим эти значения в формулы таблицы 4(см.Табл.6).

Таблица 6

<i>I</i>	70z-49x-50y	70z-50x-49y	99z-70x-70y	360,319,481
2	46Z-34x-31y	22Z-17x-14y	51Z-38x-34y	165,52,173
3	46Z-31x-34y	22Z-14x-17y	51Z-34x-38y	288,175,337
4	38z-34x-17y	34z-31x-14y	51z-46x-22y	1,0,1
5	34Z-14x-31y	38z-17x-34y	51z-22x-46y	697,696,985
6	30z-15x-26y	18z-10x-15y	35Z-18x-30y	456,217,505
7	18Z-6x-17y	6Z-x-6y	19Z-6x-18y	459,220,509
8	6Z-6x-y	18Z-17x-6y	19Z-18x-6y	15,8,17
9	18z-15x-10y	30z-26x-15y	35Z-30x-18y	12,5,13

Результаты представлены на рисунке 8 (стрелки - зеленым цветом).

Выводы

1. С помощью формул таблиц 2 и 4 реализуются переходы исходной точки по кроне дерева ПТ.Переходы возможны в разных направлениях по кроне дерева ПТ

(вверх, вниз, внутри триады, через несколько уровней дерева).

2. Переходы вверх и вниз рассмотрены в разделе “Катаболизм и анаболизм”

3. Переходы внутри триады и через несколько уровней дерева детально не исследованы. Любознательных и дерзающих приглашаю заняться этой задачей. Формулы таблиц 2 и 4 могут быть использованы для определения координат закольцованных точек

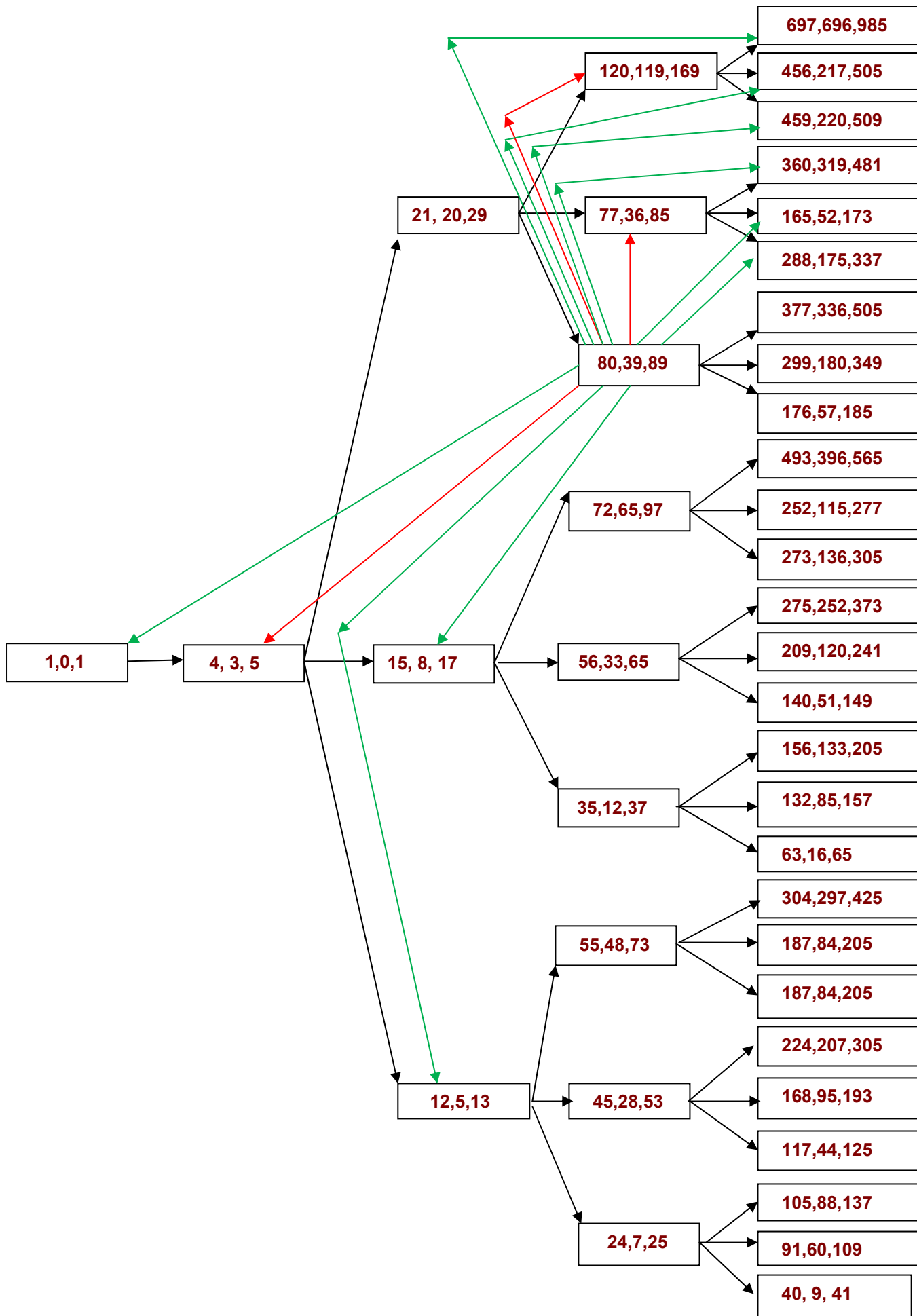


Рис.9 Перемещение точки по кроне дерева ПТ

2.3 Основные свойства дерева упорядоченного множества координат

В современной математике для нахождения треугольников с целочисленными сторонами (треугольники ПТ), используют формулы $x = 2pq$, $y = p^2 - q^2$, $z = p^2 + q^2$, где (p, q) – целые положительные числа. [Г. Эдвардс. Последняя теорема Ферма. Изд.МИР. М. 1980. стр.19.].

В задачи данной работы не входит анализ и оценка этого метода нахождения основных ПТ.

Формулы $(E_1 \div E_3)$, ввиду их линейности, могут быть использованы для любых значений взаимно- связанных троек чисел вида $X_0, Y_0, Z_0 = \sqrt{x^2 + y^2}$. Так если X_0, Y_0, Z_0 – целые взаимно простые числа, то многократное использование формул $(E_1 \div E_3)$ позволит создать упорядоченное множество (дерево) основных пифагоровых треугольников. Если X_0, Y_0 – целые числа, а $Z_0 = \sqrt{x^2 + y^2}$ – иррациональное число, то с помощью указанных итераций можно создать упорядоченное множество троек чисел сохраняющих в себе все характерные особенности исходной тройки чисел. Так как любое дерево такого типа формируется с помощью итерационных формул, то и такие множества будут обладать рядом общих свойств. Представим часть из этих свойств.

1. Дерево сформировано путем последовательного применения (итераций) формул подъема к исходным и затем к вновь получаемым тройкам значений X_i, Y_i, Z_i формул $(E_1 \div E_3)$
2. Формулы $(E_1 \div E_3)$ реализуют тройное ветвления значений элементов (см.Рис.7).
3. Упорядоченное множество имеет уровни (ярусы), при этом общее число троек (X_i, Y_i, Z_i) на каждом уровне однозначно отражает его «удаленность» от нулевого уровня.
4. Если исходная тройка X_0, Y_0, Z_0 имела взаимно простые значения для X_0, Y_0 , то ввиду линейности преобразований последующие значения X_i, Y_i, Z_i будут элементами основных пифагоровых треугольников. Это свойство позволяет реализовать упорядоченные множества элементов с одинаковыми признаками.
5. Дерево основных ПТ имеет крайние ветви (см.Рис.7) вида $ПТ_1(x, y, x+1)$ и $ПТ_2(x, x+1, z)$

Здесь для $ПТ_1$ значение z больше на единицу, чем значение одного из катетов. Для $ПТ_2$ разность между значениями катетов равна единице. Для $ПТ_1$ с увеличением значения $X_i(Y_i)$ происходит приближение к оси $X(Y)$.

Для $ПТ_2$ с увеличением X_i происходит приближение к лучу с $\alpha = 45^\circ$.

6. Дерево ПТ при $X_0 > Y_0$ располагается в секторе $0 < \alpha < 45^\circ$, а для случая $Y_0 > X_0$ соответственно в секторе $45^\circ < \alpha < 90^\circ$. В секторе $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ имеем в качестве минимального треугольника ПТ (4,3,5), а в секторе $45^\circ < \alpha < 90^\circ$ соответственно ПТ(3,4,5).
7. Для реализации спуска по дереву необходимо использование формул (E_4) .

8. Если исходная тройка Z_0, Y_0, Z_0 взаимно простые, то после конечного числа итераций будет реализован выход на «нулевой» уровень дерева, т.е. будет получена одна из троек $ПТ_1(0,1,1)$ или $ПТ_2(1,0,1)$. Если в исходных значениях элементов имел место общий множитель «к», то соответственно будем иметь $ПТ_1(0,k,k)$ или $ПТ_2(k,0,k)$. Это свойство может быть использовано для определения общего множителя в значениях x, y, z .
9. При спуске по дереву может иметь место ЗАЦИКЛИВАНИЕ, т.е. выход после ряда итераций снова на тройку исходных значений X_0, Y_0, Z_0 .
10. Итерационные формулы могут быть использованы для получения в секторе от $0^\circ \div 45^\circ$ очень большого числа основных ПТ. Это число ограничивается только техническими возможностями используемого компьютера. В работе приведена программа выполненная в редакторе Mathcad 12 и обеспечивающая такой расчет.
11. В прямоугольной системе координат имеются сектора попасть в которые НЕВОЗМОЖНО.
12. Любую точку с иррациональными значениями координат можно заменить точкой, находящейся в окрестности местоположения исходной точки. При этом методика позволяет реализовать высокую степень приближения к исходной точке. Эта методика приведена ниже.

2.4 Методика перехода от иррациональной к рациональной точке

Часто функция имеет иррациональные координаты, что вызывает определенные неудобства при проведении конкретных расчетов. В системе mn параметров имеется два варианта перехода от иррациональной точки, к рациональной, с любой степенью приближения к координатам исходной точки.

Вариант 1

Замена иррациональной точки соседней точкой с помощью изменения числа знаков в мантиссах исходных значений mn

Пусть имеем иррациональную исходную точку $M(X_0, Y_0) \rightarrow Z_0 = \sqrt{X^2 + Y^2}$. Задача заключается в том, чтобы определить рациональную точку, находящуюся сколь угодно близко к окрестности исходной иррациональной точки.

1. На основании таблицы 1, произведем выбор одного из вариантов формул системы mn параметров. Пусть это будет вариант 1 (см. Табл.1).

$$\begin{aligned} \rightarrow Z_0 - X_0 &= 2m_0^2, \quad Z_0 - Y_0 = n_0^2 \\ Z_0 &= n^2 + 2mn + 2m^2 \\ X_0 &= n^2 + 2mn \\ Y_0 &= 2mn + 2m^2 \end{aligned}$$

2. Для пояснения метода, рассмотрим конкретный пример

Пример 1 Пусть $X_0 = 5, Y_0 = 3$

1. Вычислим $Z_0 = \sqrt{X^2 + Y^2} \rightarrow Z_0 = \sqrt{5^2 + 3^2} = 5.8309518\dots$

2. Вычислим m_0, n_0

$$\rightarrow 2m_0^2 = Z_0 - X_0 = 5.8309518... - 5 = 0.8309518...$$

$$\rightarrow m_0 = 0.6445742...$$

$$\rightarrow n_0^2 = Z_0 - Y_0 = 5.8309518... - 3 = 2.8309518...$$

$$\rightarrow n_0 = 1.6825432...$$

3. Теперь, имея значения для n_0 и m_0 , можно определить значения X_0, Y_0, Z_0 . Очевидно, что чем больше мы будем брать число знаков мантисс у n_0 и m_0 , тем ближе будут получаемые значения к исходным значениям $X_0 = 5, Y_0 = 3$.

4. Для получения рациональной точки, находящейся в окрестности исходной иррациональной точки, используем по 2 знака мантисс в значениях для n, m .

$$\rightarrow n_1 = 1.68, m_1 = 0.64$$

$$\rightarrow n_1^2 = 2.8224, 2m_1^2 = 0.8192, 2m_1n_1 = 2.1504$$

Теперь, по формулам (3.1)

$$\rightarrow X_1 = n_1^2 + 2m_1n_1 = 2.8224 + 2.1504 = 4.9728$$

$$\rightarrow Y_1 = 2m_1n_1 + 2m_1^2 = 2.1504 + 0.8192 = 2.9696$$

$$\rightarrow Z_1 = n_1^2 + 2m_1n_1 + 2m_1^2 = 2.8224 + 2.1504 + 0.8192 = 5.792$$

Это рациональная точка, находящаяся на вершине основного ПТ шестого уровня дерева ПТ. При этом для элементов этого ПТ имеет место $K = 0.0064$.

Действительно, если произвести спуск (методику спуска см. в последующем материале) по дереву ПТ, то получим

X	Y	Z
4.9728	2.9696	5.7920
0.6720	1.3312	1.4912
0.3520	0.3072	0.4672
0.0320	0.0768	0.0832
0.0192	0.0256	0.0320
0.0064	0.0000	0.0064

Эта точка находится на луче ПТ шестого уровня дерева ПТ.

5. Если требуется более близкое приближение к координатам заданной иррациональной точке, то в этом случае надо взять большее число знаков мантисс для n, m .

6. Для получения рациональной точки, находящейся в окрестности исходной иррациональной точки, используем по 3 знака мантисс в значениях для n, m .

$$\rightarrow n_1 = 1.682, m_1 = 0.644$$

$$\rightarrow n_1^2 = 2.829124, 2m_1^2 = 0.829472, 2m_1n_1 = 2.166416$$

Теперь, по формулам (3.1)

$$\rightarrow X_1 = n_1^2 + 2m_1n_1 = 2.829124 + 2.166416 = 4.995556$$

$$\rightarrow Y_1 = 2m_1n_1 + 2m_1^2 = 2.166416 + 0.829472 = 2.995888$$

$$\rightarrow Z_1 = n_1^2 + 2m_1n_1 + 2m_1^2 = 2.829124 + 2.166416 + 0.829472 = 5.825012$$

Из этого расчета видно, что с увеличением числа знаков в мантиссах значений для m, n имеет место приближение новой точки к местоположению исходной точки, однако этот метод следует считать возможным, но не эффективным, ввиду громоздкости вычислений. Рассмотренный метод изменения числа знаков в значениях мантисс исходных значений m_0, n_0 в дальнейшем используется для определения дисперсии данных одиночного эксперимента.

Программа выполнена в редакторе Mathcad Professional

Вариант 2

Программа замены нерациональной точки соседней рациональной точкой с помощью дерева ПТ

Программа расчета дерева с исходного уровня

В программе следующие условия

1. $X > Y$
2. Все ПТ находятся в секторе $0^0 < a < 45^0$
3. Введено ограничение на расчет дерева ПТ до определенного уровня в зависимости от заданного значения g_{\max} (см. таблицу)
4. Не введена сортировка по углу, которая может быть выполнена

Рекомендуемое максимальное значение $g_{\max} = 3279$, при этом число ПТ в таблице $M = 9841$.

При выборе больших значений g_{\max} следует соблюдать осторожность в связи с большим объемом таблицы и возможностями памяти компьютера. В этом случае рекомендуется записать резервную копию файла программы.

Средняя градация лучами ПТ сектора $0^0 < a < 45^0$ может быть определена по формуле

$$\Delta a = \frac{162000}{265720} = 0.610 \text{ " .}$$

Где 162000- число секунд в секторе
265720- число ПТ (с использованием 12 уровня дерева ПТ).

Таблица 1 Расчет дерева ПТ

уровень	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
g_{\max}	0	3	12	39	120	363	1092	3279	9840	29523	88572
число ПТ	4	13	40	121	364	1093	3280	9841	29524	88573	265719

Для последующего расчета 9840 ПТ, примем $g = 3279$.

При первом запуске программы расчет дерева ПТ займет не более 2 минут. При последующей работе смена значений h и x не требует практически затрат машинного времени. При $g = 9840$ матрица $M3$ будет содержать 29524 ПТ .

M2 := (4 3 5 1.3333 36.8699)

$X_0 := 4$ $Y_0 := 3$ $Z_0 := 5$

```
A3 := | V ← M2
      | V2 ← 0
      | V3 ← 0
      | Mg ← M2
      | for g ∈ 0.. 3279
      |   V ← | V ← Mg
      |       |  $X_0 \leftarrow Mg_{g,0}$ 
      |       |  $Y_0 \leftarrow Mg_{g,1}$ 
      |       |  $Z_0 \leftarrow Mg_{g,2}$ 
      |       | V ← Mg
      |       | for h ∈ 0.. rows(Mg) - 1
      |       |    $V_{rows(Mg),0} \leftarrow 2 \cdot Z_0 + 2 \cdot X_0 + Y_0$ 
      |       |    $V_{rows(Mg),1} \leftarrow 2 \cdot Z_0 + X_0 + 2 \cdot Y_0$ 
      |       |    $V_{rows(Mg),2} \leftarrow 3 \cdot Z_0 + 2 \cdot X_0 + 2 \cdot Y_0$ 
      |       |    $V_{rows(Mg)+1,0} \leftarrow 2 \cdot Z_0 + 2 \cdot X_0 - Y_0$ 
      |       |    $V_{rows(Mg)+1,1} \leftarrow 2 \cdot Z_0 + X_0 - 2 \cdot Y_0$ 
      |       |    $V_{rows(Mg)+1,2} \leftarrow 3 \cdot Z_0 + 2 \cdot X_0 - 2 \cdot Y_0$ 
      |       |    $V_{rows(Mg)+2,0} \leftarrow 2 \cdot Z_0 - X_0 + 2 \cdot Y_0$ 
      |       |    $V_{rows(Mg)+2,1} \leftarrow 2 \cdot Z_0 - 2 \cdot X_0 + Y_0$ 
      |       |    $V_{rows(Mg)+2,2} \leftarrow 3 \cdot Z_0 - 2 \cdot X_0 + 2 \cdot Y_0$ 
      |       |   for h ∈ 0.. rows(Mg) + 1
      |       |      $V_{h+1,3} \leftarrow V_{h+1,0} \div V_{h+1,1}$ 
      |       |   for h ∈ 0.. rows(Mg) + 1
      |       |      $V1_{h+1,0} \leftarrow V_{h+1,1} \div V_{h+1,0}$ 
      |       |   for h ∈ 0.. rows(Mg) + 1
      |       |      $V_{h+1,4} \leftarrow \text{atan}(V1_{h+1,0}) \cdot 57.2958$ 
      |       |   V ← V
      |       | Mg ← V
      | Mg
```



```
M3 := | V ← A3
      | for b ∈ 0
      |   V0,5 ← 1
      | for b ∈ 1.. 3
      |   Vb,5 ← 2
      | for b ∈ 4.. 12
      |   Vb,5 ← 3
      | for b ∈ 13.. 39
      |   Vb,5 ← 4
      | for b ∈ 40.. 120
      |   Vb,5 ← 5
      | for b ∈ 121.. 363
      |   Vb,5 ← 6
      | for b ∈ 364.. 1092
      |   Vb,5 ← 7
      | for b ∈ 1093.. 3279
      |   Vb,5 ← 8
      | for b ∈ 3280.. 9840
      |   Vb,5 ← 9
      | for b ∈ 9841.. 29523
      |   Vb,5 ← 10
      | V
```

Матрица дерева ПТ

	X	Y	Z	X/Y	a	уровень
	0	1	2	3	4	5
0	4	3	5	1.3333	36.8699	1
1	21	20	29	1.05	43.602835	2
2	15	8	17	1.875	28.072497	2
3	12	5	13	2.4	22.619873	2
4	120	119	169	1.008403	44.760286	3
5	80	39	89	2.051282	25.989243	3
M3 = 6	77	36	85	2.138889	25.057624	3
7	72	65	97	1.107692	42.075037	3
8	56	33	65	1.69697	30.510248	3
9	35	12	37	2.916667	18.924651	3
10	55	48	73	1.145833	41.112105	3
11	45	28	53	1.607143	31.890803	3
12	24	7	25	3.428571	16.260211	3
13	697	696	985	1.001437	44.958885	4

Для просмотра всей матрицы необходимо

1. Установить курсор в поле матрицы и кликнуть мышкой
2. Установить курсор на движок (см. справа) и не отпуская его, с помощью мышки выбрать нужный фрагмент матрицы.

```

M4 := | V ← M3
      | V1 ← 0
      | η ← 1.2804
      | for h ∈ 1.. rows(M3) – 1
      |   V1h,0 ← M3h,0 if |M3h,3 – η| < 0.01
      | for h ∈ 0.. rows(M3) – 1
      |   V1h,1 ← M3h,1 if |M3h,3 – η| < 0.01
      | for h ∈ 1.. rows(M3) – 1
      |   V1h,2 ← M3h,2 if |M3h,3 – η| < 0.01
      | for h ∈ 1.. rows(M3) – 1
      |   V1h,3 ← M3h,3 if |M3h,3 – η| < 0.01
      | for h ∈ 1.. rows(M3) – 1
      |   V1h,4 ← M3h,4 if |M3h,3 – η| < 0.01
      | for h ∈ 1.. rows(M3) – 1
      |   V1h,5 ← M3h,5 if |M3h,3 – η| < 0.01
      | V1

```

Сортировка выходных данных

$$A8 := \text{reverse}(\text{csort}(\vec{M4}, 0))$$

Здесь, в матрице выходных данных ,приведены результаты расчета перехода от нерациональной точки $M(5,3)$ к рациональным точкам , находящимся в непосредственной близости к исходной точке. Этот метод удобен тем, что в данном случае имеется возможность выбора варианта замены с учетом специфики решаемой задачи.

Расчет координат точек замены производится следующим образом
 1. Производится определение среднего значения общего множителя для данных отдельной строки матрицы выходных данных.

$$\rightarrow \eta_{01} = X_{\text{исх}} / X_0, \quad \eta_{02} = Y_{\text{исх}} / Y_0, \quad \eta_{03} = Z_{\text{исх}} / Z_0,$$

$$\rightarrow \eta_{\text{сред}} = (\eta_{01} + \eta_{02} + \eta_{03}) / 3,$$

Где $X_{\text{исх}}, Y_{\text{исх}}, Z_{\text{исх}}$ – координаты исходной нерациональной точки

X_0, Y_0, Z_0 - координаты рациональной точки нулевой строки матрицы

$\eta_{\text{сред}}$ – среднее значение общего множителя элементов строки матрицы.

Пример расчета $X_0 = 5, Y_0 = 3, Z_0 = \sqrt{5^2 + 3^2} = 5.83085$

$$\rightarrow \eta_{01} = 5 / 1032228, \eta_{02} = 3/617435, \eta_{03} = 5.83085/1202797$$

$$\rightarrow \eta_{\text{сред}} = (48 \cdot 10^{-7} + 48 \cdot 10^{-7} + 48 \cdot 10^{-7}) / 3 = 48 \cdot 10^{-7}$$

Этот расчет показывает, что для данных первой строки матрицы, координаты рациональной точки, предлагаемой для замены исходной нерациональной точки,

имеют малые отклонения от исходных значений. Так, например, для определения новой координаты $X \rightarrow X = X_0 \cdot \eta_{\text{сред}}$

$$\rightarrow X = 1032228 \cdot 48 \cdot 10^{-7} = 4.9546944$$

$$\rightarrow Y = 617435 \cdot 48 \cdot 10^{-7} = 2.963688$$

$$\rightarrow Z = 1202797 \cdot 48 \cdot 10^{-7} = 5.7734256.$$

Используя матрицу выходных данных, можно подобрать наиболее пригодный вариант замены исходной точки. Если этих вариантов замены окажется недостаточным, то следует увеличить число уровней дерева ПТ и повторить расчет с целью получения более полной матрицы выходных данных.

Матрица выходных данных

	X	Y	Z	X/Y	a	уровень
	0	1	2	3	4	5
0	1032228.0000	617435.0000	1202797.0000	1.6718	30.8861	9.0000
1	1031985.0000	617288.0000	1202513.0000	1.6718	30.8860	9.0000
2	699540.0000	419771.0000	815821.0000	1.6665	30.9666	9.0000
3	698819.0000	419340.0000	814981.0000	1.6665	30.9667	9.0000
4	592860.0000	354629.0000	690829.0000	1.6718	30.8865	9.0000
5	591159.0000	353600.0000	688841.0000	1.6718	30.8856	9.0000
6	547660.0000	327789.0000	638261.0000	1.6708	30.9016	9.0000
7	543345.0000	325208.0000	633233.0000	1.6708	30.9018	9.0000
8	533708.0000	319275.0000	621917.0000	1.6716	30.8887	9.0000
9	523745.0000	313248.0000	610273.0000	1.6720	30.8833	9.0000
10	508539.0000	304220.0000	592589.0000	1.6716	30.8889	9.0000
11	498576.0000	298193.0000	580945.0000	1.6720	30.8832	9.0000
12	489583.0000	292656.0000	570385.0000	1.6729	30.8696	9.0000
13	485268.0000	290075.0000	565357.0000	1.6729	30.8694	9.0000
14	480883.0000	290244.0000	561685.0000	1.6568	31.1137	9.0000
15	456648.0000	275615.0000	533377.0000	1.6568	31.1136	9.0000
16	446161.0000	266880.0000	519889.0000	1.6718	30.8866	9.0000

2.5 Пифагоровы треугольники в пограничных областях координатной системы

В прямоугольной системе координат местоположение любой точки определяется координатами X, Y . Таким образом точка $M(X, Y)$ является вершиной координатного

треугольника XYZ . Здесь Z - гипотенуза, $Z := \sqrt{X^2 + Y^2}$. В системе m параметров все множество точек можно разделить на следующие подмножества

- с рациональными координатами
- с иррациональными координатами
- с закольцованными координатами
- находящиеся в секторах недоступности.

Таким образом, вся прямоугольная координатная система имеет анизотропный (стратифицированный) вид.

Возникает вопрос "Как изменяются уровни дерева ПТ по мере приближения к пограничным

областям координатной системы ?".

К пограничным областям координатной системы относятся

- оси координат (X, Y)
- луч под углом $\alpha = 45^\circ$ к оси X
- лучи ПТ(4,3,5) и ПТ(3,4,5). Итого 5 областей.

В Приложении приведена таблица 9840 ПТ, рассчитанных по формулам системы m параметров

Формулы подъема

$$\begin{aligned}x_1 &= 2z_0 + x_0 + 2y_0 \\y_1 &= 2z_0 + 2x_0 + y_0 \\z_1 &= 3z_0 + 2x_0 + 2y_0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_2 &= 2z_0 + x_0 - 2y_0 \\y_2 &= 2z_0 + 2x_0 - y_0 \\z_2 &= 3z_0 + 2x_0 - 2y_0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_3 &= 2z_0 - x_0 + 2y_0 \\y_3 &= 2z_0 - 2x_0 + y_0 \\z_3 &= 3z_0 - 2x_0 + 2y_0\end{aligned}$$

где x_0, y_0, z_0 – значения элементов исходного ПТ.

Область оси X (Y)

В этой области имеем ПТ вида ПТ($X, Y, X+1$).

На первом уровне дерева ПТ имеем ПТ(4,3,5)

На втором уровне дерева ПТ имеем ПТ(12,5,13)

На третьем уровне дерева ПТ имеем ПТ(24,7,25)

На четвертом уровне дерева ПТ имеем ПТ(40,9,41) и т.д

Анализ значений таких ПТ показывает, что

- Y - это нечетное число
- $X_i = X_{i-1} + 4 \cdot i$, где i - уровень дерева ПТ.

Так, например, ПТ(97240,441,97241) находится на 220 уровне дерева ПТ.

$$- X_i + Z_i = Y_i^2 = 2 X_i + 1$$

$$\text{При } Y = 11745 \rightarrow Y^2 = 137945025 \rightarrow X = (137945025 - 1) / 2$$

$$\rightarrow X = 68972512 \rightarrow Z = 68972513 \rightarrow \text{ПТ}(68972512, 11745, 68972513)$$

Этот ПТ находится на $(Y-1)/2 = (11745-1)/2 = 5872$ уровне дерева ПТ.

Область $a = 450$

Здесь $X = Y$. $\rightarrow Z = \sqrt{2} = 1.4142135624$ В этой области имеем ПТ вида ПТ($X+1, X, Z$).

На первом уровне дерева ПТ имеем ПТ(4,3,5)

На втором уровне дерева ПТ имеем ПТ(21,20,29)

На третьем уровне дерева ПТ имеем ПТ(120,119,169)

На четвертом уровне дерева ПТ имеем ПТ(697,696,985) и т.д

Анализ значений таких ПТ показывает, что

$$- X_i = Z_i - (Y_{i-1} + Z_{i-1}),$$

$$- Y_i = X_i - 1, \text{ где } i - \text{уровень дерева ПТ.}$$

Так, например, ПТ(4684660,4684659,6625109) находится на 9 уровне дерева ПТ.

Область луча ПТ(4,3,5)

В этом случае используем МП параметры.

1. Определим МП

$$\rightarrow Z - X = n^2 \rightarrow 5 - 4 = 1 \rightarrow n = 1.$$

$$\rightarrow Z - Y = 2m^2 \rightarrow 5 - 3 = 2 \rightarrow m = 1$$

2. Пусть $n = 1, m = 0.9$

$$\rightarrow X = n^2 + 2mn = 1^2 + 2 \cdot 0.9 = 2.80$$

$$\rightarrow Y = 2m^2 + 2mn = 2 \cdot 0.9^2 + 2 \cdot 0.9 = 3.42$$

$$\rightarrow Z = n^2 + 2mn + 2m^2 = 1 + 2 \cdot 0.9 + 2 \cdot 0.9^2 = 4.42$$

Умножим значения всех элементов на 100

\rightarrow ПТ(342,280,442). Элементы этого ПТ имеют общий множитель

$K = 2$. Если разделить на этот множитель на каждый из элементов, то

\rightarrow ПТ(171,140,221). Этот ПТ находится на 5 уровне дерева ПТ. Произведем операцию катаболизма для $X_0 = 171, Y_0 = 140, Z_0 = 221$ по формулам

$$\begin{aligned} x_4 &= |2z_0 - x_0 - 2y_0| \\ y_4 &= |2z_0 - 2x_0 - y_0| \\ z_4 &= 3z_0 - 2x_0 - 2y_0, \end{aligned}$$

A := (140 171 221) B := A

```

A2 := | B ← B
      | for g ∈ 0.. 3
      |   B ← B
      |   for h ∈ 0.. (rows(B) - 1)
      |     B1 ← | 2 · Bh,2 - Bh,0 - 2 · Bh,1 |
      |     B2 ← | 2 · Bh,2 - 2 · Bh,0 - Bh,1 |
      |     B3 ← 3Bh,2 - 2Bh,0 - 2Bh,1
      |     Bh+1,0 ← B1
      |     Bh+1,1 ← B2
      |     Bh+1,2 ← B3
      |     h ← 0.. (rows(B) - 1)
      |     B ← B
      | for h ∈ 0.. (rows(B) - 1)
      |   B1 ← | 2 · Bh,2 - Bh,0 - 2 · Bh,1 |
      |   B2 ← | 2 · Bh,2 - 2 · Bh,0 - Bh,1 |
      |   B3 ← 3Bh,2 - 2Bh,0 - 2Bh,1
      |   Bh+1,0 ← B1
      |   Bh+1,1 ← B2
      |   Bh+1,2 ← B3
      | B ← B

```

$$A2 = \begin{pmatrix} 140 & 171 & 221 \\ 40 & 9 & 41 \\ 24 & 7 & 25 \\ 12 & 5 & 13 \\ 4 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Пусть n = 1, m = 0.99

$$\rightarrow X = n^2 + 2mn = 1^2 + 2 \cdot 0.99 = 2.9800$$

$$\rightarrow Y = 2m^2 + 2mn = 2 \cdot 0.99^2 + 2 \cdot 0.99 = 3.9402$$

$$\rightarrow Z = n^2 + 2mn + 2m^2 = 1 + 2 \cdot 0.99 + 2 \cdot 0.99^2 = 4.9402$$

Умножим значения всех элементов на 1000

\rightarrow ПТ(39402,29800,49402) . Элементы этого ПТ имеют общий

множитель

K = 2. Если разделить на этот множитель каждый из элементов , то

\rightarrow ПТ(19701,14900,24701).Этот ПТ находится на 50 уровне дерева ПТ.

A := (14900 19701 24701)

B := A

```

A2 := B ← B
for g ∈ 0.. 50
  B ← B
  for h ∈ 0.. (rows(B) - 1)
    B1 ← |2 · Bh,2 - Bh,0 - 2 · Bh,1|
    B2 ← |2 · Bh,2 - 2 · Bh,0 - Bh,1|
    B3 ← 3Bh,2 - 2Bh,0 - 2Bh,1
    Bh+1,0 ← B1
    Bh+1,1 ← B2
    Bh+1,2 ← B3
  h ← 0.. (rows(B) - 1)
  B ← B
for h ∈ 0.. (rows(B) - 1)
  B1 ← |2 · Bh,2 - Bh,0 - 2 · Bh,1|
  B2 ← |2 · Bh,2 - 2 · Bh,0 - Bh,1|
  B3 ← 3Bh,2 - 2Bh,0 - 2Bh,1
  Bh+1,0 ← B1
  Bh+1,1 ← B2
  Bh+1,2 ← B3
B ← B

```

A2 =

	0	1	2
0	14900	19701	24701
1	4900	99	4901
2	4704	97	4705
3	4512	95	4513
4	4324	93	4325
5	4140	91	4141
6	3960	89	3961
7	3784	87	3785
8	3612	85	3613
9	3444	83	3445
10	3280	81	3281
11	3120	79	3121
12	2964	77	2965
13	2812	75	2813
14	2664	73	2665
15	2520	71	2521

B := A

4. Пусть $n=1$, $m = 0.999$

$$\rightarrow X = n^2 + 2mn = 1^2 + 2 \cdot 0.999 = 2.998000$$

$$\rightarrow Y = 2m^2 + 2mn = 2 \cdot 0.999^2 + 2 \cdot 0.999 = 3.994002$$

$$\rightarrow Z = n^2 + 2mn + 2m^2 = 1 + 2 \cdot 0.999 + 2 \cdot 0.999^2 = 4.994002$$

Умножим значения всех элементов на 100000

\rightarrow ПТ(2998000, 3994002, 4994002) . Элементы этого ПТ имеют общий множитель

$K = 2$. Если разделить на этот множитель каждый из элементов , то

\rightarrow ПТ(1499000 ,1997001,2497001).Этот ПТ находится на 500 уровне дерева ПТ.

A := (1499000 1997001 2497001)

B := A

```

A2 := B ← B
      for g ∈ 0.. 500
        B ← B
        for h ∈ 0.. (rows(B) - 1)
          B1 ← |2 · Bh,2 - Bh,0 - 2 · Bh,1|
          B2 ← |2 · Bh,2 - 2 · Bh,0 - Bh,1|
          B3 ← 3Bh,2 - 2Bh,0 - 2Bh,1
          Bh+1,0 ← B1
          Bh+1,1 ← B2
          Bh+1,2 ← B3
        h ← 0.. (rows(B) - 1)
        B ← B
      for h ∈ 0.. (rows(B) - 1)
        B1 ← |2 · Bh,2 - Bh,0 - 2 · Bh,1|
        B2 ← |2 · Bh,2 - 2 · Bh,0 - Bh,1|
        B3 ← 3Bh,2 - 2Bh,0 - 2Bh,1
        Bh+1,0 ← B1
        Bh+1,1 ← B2
        Bh+1,2 ← B3
      B ← B
  
```

A2 =

	0	1	2
0	1.499·10 ⁶	1.997·10 ⁶	2.497·10 ⁶
1	499000	999	499001
2	497004	997	497005
3	495012	995	495013
4	493024	993	493025
5	491040	991	491041
6	489060	989	489061
7	487084	987	487085
8	485112	985	485113
9	483144	983	483145
10	481180	981	481181
11	479220	979	479221
12	477264	977	477265
13	475312	975	475313
14	473364	973	473365
15	471420	971	471421

5. Пусть $n=0.9$, $m=1$

$$\rightarrow X = n^2 + 2mn = 0.9^2 + 2 \cdot 0.9 = 2.61$$

$$\rightarrow Y = 2m^2 + 2mn = 2 + 2 \cdot 0.9 = 3.80$$

$$\rightarrow Z = n^2 + 2mn + 2m^2 = 0.9^2 + 2 \cdot 0.9 + 2 = 4.61$$

$$\rightarrow \text{ПТ}(261, 380, 461).$$

Этот ПТ находится на 6 уровне дерева ПТ.

$$A := (261 \ 380 \ 461)$$

$$B := A$$

```

A2 := | B ← B
      | for g ∈ 0.. 500
      |   | B ← B
      |   | for h ∈ 0.. (rows(B) - 1)
      |   |   B1 ← |2 · Bh,2 - Bh,0 - 2 · Bh,1|
      |   |   B2 ← |2 · Bh,2 - 2 · Bh,0 - Bh,1|
      |   |   B3 ← 3Bh,2 - 2Bh,0 - 2Bh,1
      |   |   Bh+1,0 ← B1
      |   |   Bh+1,1 ← B2
      |   |   Bh+1,2 ← B3
      |   |   h ← 0.. (rows(B) - 1)
      |   |   B ← B
      |   | for h ∈ 0.. (rows(B) - 1)
      |   |   B1 ← |2 · Bh,2 - Bh,0 - 2 · Bh,1|
      |   |   B2 ← |2 · Bh,2 - 2 · Bh,0 - Bh,1|
      |   |   B3 ← 3Bh,2 - 2Bh,0 - 2Bh,1
      |   |   Bh+1,0 ← B1
      |   |   Bh+1,1 ← B2
      |   |   Bh+1,2 ← B3
      |   |   B ← B
  
```

$$A2 = \begin{pmatrix} 261 & 380 & 461 \\ 99 & 20 & 101 \\ 63 & 16 & 65 \\ 35 & 12 & 37 \\ 15 & 8 & 17 \\ 3 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Пусть $n=0.99$, $m=1$

$$\rightarrow X = n^2 + 2mn = 0.99^2 + 2 \cdot 0.99 = 2.9601$$

$$\rightarrow Y = 2m^2 + 2mn = 2 + 2 \cdot 0.99 = 3.9800$$

$$\rightarrow Z = n^2 + 2mn + 2m^2 = 0.99^2 + 2 \cdot 0.99 + 2 = 4.9601$$

\rightarrow ПТ(29601, 39800, 49601) .

Этот ПТ находится на 50 уровне дерева ПТ.

$A := (29601 \ 39800 \ 49601)$

$B := A$

```
A2 :=
  B ← B
  for g ∈ 0.. 50
    B ← B
    for h ∈ 0.. (rows(B) - 1)
      B1 ← | 2 · Bh,2 - Bh,0 - 2 · Bh,1 |
      B2 ← | 2 · Bh,2 - 2 · Bh,0 - Bh,1 |
      B3 ← 3Bh,2 - 2Bh,0 - 2Bh,1
      Bh+1,0 ← B1
      Bh+1,1 ← B2
      Bh+1,2 ← B3
    h ← 0.. (rows(B) - 1)
    B ← B
  for h ∈ 0.. (rows(B) - 1)
    B1 ← | 2 · Bh,2 - Bh,0 - 2 · Bh,1 |
    B2 ← | 2 · Bh,2 - 2 · Bh,0 - Bh,1 |
    B3 ← 3Bh,2 - 2Bh,0 - 2Bh,1
    Bh+1,0 ← B1
    Bh+1,1 ← B2
    Bh+1,2 ← B3
  B ← B
```

	0	1	2
0	29601	39800	49601
1	9999	200	10001
2	9603	196	9605
3	9215	192	9217
4	8835	188	8837
5	8463	184	8465
6	8099	180	8101
7	7743	176	7745
8	7395	172	7397
9	7055	168	7057
10	6723	164	6725
11	6399	160	6401
12	6083	156	6085
13	5775	152	5777
14	5475	148	5477
15	5183	144	5185

7. Пусть $p = 0.999$, $m = 1$

$$\rightarrow X = n^2 + 2mn = 0.999^2 + 2 \cdot 0.999 = 2.996001$$

$$\rightarrow Y = 2m^2 + 2mn = 2 + 2 \cdot 0.999 = 3.998000$$

$$\rightarrow Z = n^2 + 2mn + 2m^2 = 0.999^2 + 2 \cdot 0.999 + 2 = 4.996001$$

\rightarrow ПТ(2996001, 3998000, 4996001) .

Этот ПТ находится на 500 уровне дерева ПТ.

A := (2996001 3998000 4996001)

B := A

```
A2 := | B ← B
      | for g ∈ 0.. 500
      |   B ← B
      |   for h ∈ 0.. (rows(B) - 1)
      |     B1 ← |2 · Bh,2 - Bh,0 - 2 · Bh,1|
      |     B2 ← |2 · Bh,2 - 2 · Bh,0 - Bh,1|
      |     B3 ← 3Bh,2 - 2Bh,0 - 2Bh,1
      |     Bh+1,0 ← B1
      |     Bh+1,1 ← B2
      |     Bh+1,2 ← B3
      |     h ← 0.. (rows(B) - 1)
      |     B ← B
      | for h ∈ 0.. (rows(B) - 1)
      |   B1 ← |2 · Bh,2 - Bh,0 - 2 · Bh,1|
      |   B2 ← |2 · Bh,2 - 2 · Bh,0 - Bh,1|
      |   B3 ← 3Bh,2 - 2Bh,0 - 2Bh,1
      |   Bh+1,0 ← B1
      |   Bh+1,1 ← B2
      |   Bh+1,2 ← B3
      |   B ← B
```

$A_2 =$

	0	1	2
0	$2.996001 \cdot 10^6$	$3.998 \cdot 10^6$	$4.996001 \cdot 10^6$
1	999999	2000	$1.000001 \cdot 10^6$
2	996003	1996	996005
3	992015	1992	992017
4	988035	1988	988037
5	984063	1984	984065
6	980099	1980	980101
7	976143	1976	976145
8	972195	1972	972197
9	968255	1968	968257
10	964323	1964	964325
11	960399	1960	960401
12	956483	1956	956485
13	952575	1952	952577
14	948675	1948	948677
15	944783	1944	944785

Выводы

1. При $n=m$ имеем ПТ(4,3,5)
2. При $n=1$ и $m = \text{var}$. С приближением к равенству $n=m$ имеет место резкое изменение уровня ПТ. Так при $m = 0.999$ имеем ПТ на 500 уровне.
3. В прямоугольной системе координат имеются сектора недоступности попасть в которые НЕВОЗМОЖНО, что обусловлено природой самих чисел.
4. Точки, расположенные на луче ПТ(4,3,5) при последующей процедуре спуска, перемещаются на ось X.
5. Точки, расположенные на луче ПТ(3,4,5) при последующей процедуре спуска, перемещаются на ось Y.
6. При планировании экспериментов, для получения более достоверных данных о физическом явлении, необходимо учитывать стратификационный характер системы координат.

Далее см. Монография (часть 2) !