Автор: Фильчев Э.Г.
Адрес:Россия.188760.Ленинградская область
Приозерск .ул.Привокзальная 5. кв.60.

Сравнения в системе mn параметров

Если A и B – два целых числа и их разность (A – B) делится на число μ, то это выражается записью A ≡ B(mod μ), которая читается так: A сравнимо с B по модулю μ. [О.Оре. Приглашение в теорию чисел.Изд. Наука.М. 1980.Стр.90].
В системе mn параметров, на основании теоремы цикличности, для значений сторон любого треугольника, имеем

$$x = b + c,\ y = d + c,\ z = b + c + d$$

Так как A и B – два целых числа, то можно записать A = b + c, B = d + c,

где b , c , d – целые числа. ⟶ A – B = (b – d).
Если число (b – d) делится на число μ, то можно записать b ≡ d (mod μ)
Таким образом выполнены все условия формулировки сравнения.
Пусть имеем A , B – катеты прямоугольного треугольника

$$A = X = n^2 + 2mn,\ B = Y = 2m^2 + 2mn.$$

Это один из вариантов формул. Остальные варианты представлены в таблице 1.

$$\longrightarrow \quad A - B = (n^2 + 2mn) - (2m^2 + 2mn) = (n^2 - 2m^2) \longrightarrow b = n^2,\ d = 2m^2$$

Из формулы A – B = $(n^2 - 2m^2)$ **видно, что число μ – множитель в значениях** n^2 **и** $2m^2$. $\longrightarrow (n^2 - 2m^2) = \mu\cdot h \longrightarrow (n + m\cdot\sqrt{2}) \cdot (n - m\cdot\sqrt{2}) = \mu\cdot h.$

Обозначим больший множитель через μ. Меньший множитель через h

Пусть $\mu > h \longrightarrow \mu = (n + m\cdot\sqrt{2}),\ h = (n - m\cdot\sqrt{2})$

Таблица 1

№	0	1	2	3
	$Z+x=2m^2$ $z+y=n^2$	$z-x=2m^2$ $z-y=n^2$	$z+x=2m^2$ $z-y=n^2$	$z-x=2m^2$ $z+y=n^2$
X_0	$2mn-n^2$	n^2+2mn	$2mn-n^2$	n^2-2mn
Y_0	$2mn-2m^2$	$2m^2+2mn$	$2m^2-2mn$	$2mn-2m^2$
Z_0	$n^2-2mn+2m^2$	$n^2+2mn+2m^2$	$n^2-2mn+2m^2$	$n^2-2mn+2m^2$
№	**4**	**5**	**6**	**7**
	$z+x=n^2$ $z+y=2m^2$	$z-x=n^2$ $z-y=2m^2$	$z+x=n^2$ $z-y=2m^2$	$z-x=n^2$ $z+y=2m^2$
X_0	$2mn-2m^2$	$2m^2+2mn$	$2mn-2m^2$	$2m^2-2mn$
Y_0	$2mn-n^2$	n^2+2mn	n^2+2mn	$2mn-n^2$
Z_0	$n^2-2mn+2m^2$	$n^2+2mn+2m^2$	$n^2-2mn+2m^2$	$n^2-2mn+2m^2$

Пример 1. Пусть A = 47, B = 11. ⟶ A – B = 47 – 11 = 36 = 9 · 4

$47 \equiv 11 (\bmod 9)$. $\mu = 9$, $h = 4$

Тогда из формулы (8) ⟶ $9 = n_0 + m_0 \cdot \sqrt{2}$, $4 = n_0 - m_0 \cdot \sqrt{2}$

$\longrightarrow 9 - n_0 = n_0 - 4 \rightarrow 13 = 2 n_0 \rightarrow n_0 = \frac{13}{2} = 6.5$

$\longrightarrow m_0 = \frac{9- n_0}{\sqrt{2}} = \frac{9- 6.5}{\sqrt{2}} = 1.7678 \longrightarrow m_0 \cdot \sqrt{2} = 2.5 \longrightarrow 2m^2 = 6.25$

$\longrightarrow A – B = 47 – 11 = n^2 – 2m^2 = 42.25 – 6.25 = 36.$

Пример 2. Пусть A = 23, B = 8. ⟶ A – B = 23 – 8 = 15 = 5 · 3

$23 \equiv 8 (\bmod 5)$.

Обозначим больший множитель через μ. Меньший множитель через h

⟶ $\mu = 5$, $h = 3$ Тогда $5 = n + m \cdot \sqrt{2}$-, $3 = n - m \cdot \sqrt{2}$

$\longrightarrow 5 – n = n – 3 \longrightarrow n = 4 \longrightarrow m \cdot \sqrt{2} = 1$ $2m^2 = 1$.

$\longrightarrow A – B = 23 – 8 = n^2 – 2m^2 = 16 – 1 = 15. \longrightarrow 16 \equiv 1 (\bmod 5)$

$\longrightarrow n^2 \equiv 2m^2 (\bmod 5)$

На странице 93 (см. О.Оре) рассмотрен пример $8 \equiv 1 (\bmod 1)$

Использование системы mn параметров

В сравнениях имеют место два исходных числа A, B.

Примем постулат “Исходные числа (A. B) – катеты прямоугольного треугольника”

Пример 3. Пусть задано два числа A = X_0 = 47, B = Y_0 = 11

$$\to Z_0 = \sqrt{X^2 + Y^2} = \sqrt{47^2 + 11^2} = 48.27$$

Теперь, можно записать итерационные формулы дерева исходных данных

$$E_1 =: \begin{cases} x_{11}=2z_o+2x_o+y_o \\ y_{11}=2z_o+x_o+2y_o \\ z_{11}=3z_0+2x_o+2y_o \end{cases}$$

$$E_2 =: \begin{cases} x_{12}=2z_o-2x_o+y_o \\ y_{12}=2z_o-x_o+2y_o \\ z_{12}=3z_0-2x_o+2y_o \end{cases}$$

$$E_3 =: \begin{cases} x_{13}=2z_o+2x_o-y_o \\ y_{13}=2z_o+x_o-2y_o \\ z_{13}=3z_0+2x_o-2y_o \end{cases}$$

$$E_4 =: \begin{cases} x_{14}= |2z_o-2x_o-y_o| \\ y_{14}= |2z_o-x_o-2y_o| \\ z_{14}=3z_0-2x_o-2y_o , \end{cases}$$

Первая итерация

$x_{11}=2z_o+2x_o+y_o$ = 96.54 + 94 + 11 = 201.54
$y_{11}=2z_o+x_o+2y_o$ = 96.54 + 47 + 22 = 165.54
$z_{11}=3z_0+2x_o+2y_o$ = 144.81 + 94 + 22 = 260.81

$\to x_{11} - y_{11}$ = 201.54 - 165.54 = 36 = 9·4 $\to$ 201.54 ≡ 165.54 (mod 9)
$x_{12}=2z_o-x_o+2y_o$ = 96.54 - 47 + 22 = 71.54
$y_{12}=2z_o-2x_o+y_o$ = 96.54 - 94 + 11 = 13.54
$z_{12}=3z_0-2x_o+2y_o$ = 144.81 - 94 + 22 = 72.81
$\to x_{12} - y_{12}$ = 71.54 - 13.54 = 58 = 29·2 $\to$ 71.54 ≡ 13.54 (mod 29)
$x_{13}=2z_o+2x_o-y_o$ = 96.54 + 94 - 11 = 179.54
$y_{13}=2z_o+x_o-2y_o$ = 96.54 + 47 - 22 = 121.54
$z_{13}=3z_0+2x_o-2y_o$ = 144.81 + 94 - 22 = 216.81
$\to x_{13} - y_{13}$ = 179.54 - 121.54 = 58 = 29·2 $\to$ 179.54 ≡ 121.54 (mod 29)
Из анализа этих результатов следуют выводы

Использование итерационных формул E_1 дает возможность получить два

новых целых числа (X_{11} , Y_{11}) для которых можно записать X_{11} - Y_{11} = A - B

A≡B(mod μ) и $X_{11} \equiv Y_{11}$ (mod μ),

где $x_{11}=2\cdot\sqrt{A^2+B^2}+2A+B$, $y_{11}=2\cdot\sqrt{A^2+B^2}+A+2B$

1. **Использование итерационных формул E_1 дает возможность получить два новых целых числа (X_{12} , Y_{12}) для которых можно записать X_{12} - Y_{12} = A + B.**
2. **Использование итерационных формул E_1 дает возможность получить два новых целых числа (X_{13} , Y_{13}) для которых можно записать X_{13} - Y_{13} = A + B.**

При последовательном применении итерационных формул к данным, получаемых в результате предыдущей итерации получим массив (множество), который образует дерево пар чисел подобных дереву ПТ.

X	Y	Z
47	11	48.27
201.54	165.54	260.81
1090.241	1054.241	1516.592
6267.907	6231.907	8838.74
36445.201	36409.201	51515.848
212331.298	212295.298	300256.346
1237470.586	1237434.586	1750022.23
7212420.218	7212384.218	10199877.034
42036978.723	42036942.723	59449239.976
245009380.121	245009344.121	346495562.82
1428019230.003	1428019194.003	2019524136.944
8323105927.896	8323105891.896	1.177e10

Здесь для любой строки имеем X – Y = 36

Вывод

Последовательное применение итерационных формул к данным, получаемых в результате предыдущей итерации, дает возможность получать неограниченное число пар чисел (X_{i1}, Y_{i1}) для которых можно записать $X_{i1} \equiv Y_{i1}$(mod .) , где i – порядковый номер итерации, .-делитель разности исходной пары чисел. Метод последовательного получения пар чисел, имеющих одинаковую разность с исходной парой данных A,B расширяет возможности аппарата сравнений по модулю

E- Mail: fgg-fil1@narod.ru