Автор: Фильчев Э.Г.
Адрес:Россия.188760.Ленинградская область
г.Приозерск .ул.Привокзальная 5. кв.60.

Упорядоченные множества пар чисел

Имея пару чисел, можно выполнить над ними 4 арифметических действия
- сложение, вычитание, умножение, деление.

Использование системы mn параметров дает возможность произвести действие, позволяющее определить множество пар других чисел, имеющих функциональную связь с исходной парой чисел. Поэтому возникает следующая задача

Задача **“Даны два произвольных числа. Предложить метод построения множества пар других чисел, имеющих функциональную связь с исходной парой чисел “.**

Базовой основой решения поставленной задачи будем считать теорему цикличности (см. сайт fgg-fil1.narod.ru\ index.html.)

ТЕОРЕМА “Цикл последовательного взаимного вычитания сторон любого треугольника всегда ограничивается пятью шагами “.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

Пусть имеем произвольный треугольник Δ ABC (Рис.1), где AC – наибольшая сторона. Произведем процедуру последовательного взаимного вычитания сторон.

Шаг 1. $AC - AB = d$
Шаг 2. $BC - d = BC - AC + AB = c$
Шаг 3. $AB - c = AB - BC + AC - AB = AC - BC = b$
Шаг 4. $AC - b = AC - AC + BC = BC$
Шаг 5. $BC - BC = 0.$

Цикл замкнулся

Здесь рассматривался произвольный треугольник, т.е. косоугольный или прямоугольный.

$$\rightarrow \quad AC = b + c + d, \quad AB = b + c, \quad BC = d + c \qquad (1)$$

Обратим внимание на то, что в каждой из сторон треугольника имеет место общее слагаемое “ c “. При этом $c < AC$, $c < AB$, $c < BC$. Если $c = 0$, то нет треугольника, т.к. $AC = AB + BC$.

Для определения взаимосвязи параметров b,c,d , определим AC^2.

$$\rightarrow AC^2 = (b + c + d)^2 = (b + c)^2 + 2(b + c)\cdot d + d^2$$

$$\rightarrow AC^2 = AB^2 + (d^2 + 2dc + c^2) + 2db - c^2$$

$$\rightarrow AC^2 = AB^2 + BC^2 + (2db - c^2). \qquad (2)$$

Уравнение (2) – это аналитическая форма теоремы цикличности . Приоритет автора на эту формулу подтверждается публикациями 1981- 1982г.г. (см. сайт fgg-fil1.narod.ru\ index.html.).

Экстремальный случай

Пусть

$$2bd - c^2 = 0 \qquad (3)$$

$$\rightarrow AC^2 = AB^2 + BC^2, \qquad (4)$$

Т.е получили формулу теоремы Пифагора, как экстремальный случай теоремы цикличности.

Т.о. для прямоугольного треугольника имеют место два уравнения (3) и (4).

Из уравнения (3) $\rightarrow c = \pm (2bd)^{1/2}$.

Для **прямоугольного треугольника** введем обозначения

$$b = n^2 \qquad (5)$$

$$d = 2m^2 \qquad (6)$$

$$\rightarrow c = 2mn. \qquad (7)$$

$\rightarrow$ **$AC = n^2 + 2mn + 2m^2$, $AB = n^2 + 2mn$, $BC = 2m^2 + 2mn$.   (8)**

На основании изложенного можно сделать следующее утверждение

Утверждение 1 " Для любой исходной пары чисел А, В, задание числа с, однозначно определяет треугольник Δ АВС, где с – меньше А и меньше В ".

На Рис.2 представлена геометрическая интерпретация утверждения 1. На этом рисунке представлен прямоугольный треугольник, однако следует указать, что любой косоугольный треугольник можно дополнить до прямоугольного (см. сайт fgg-fil1.narod.ru\fmatkst).

Пример1. Пусть имеем А = 15, В = 8 . Необходимо определить треугольники при $c1 = 3$, $c2 = 4$, $c3 = 5$, $c4 = 6$

1. Пусть с = 3 . Тогда $A – c = 15 - 3 = 8$, $B – c = 8 - 3 = 5$

$\rightarrow$ **$b = B – c = 5$, $d = A – c = 8$ $\rightarrow$ $2bd = 2\cdot5\cdot8 = 80$**

Теперь, на основании уравнения (2), можно записать

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2bd – c^2$$

Пример AB = 15, BC = 8

$$\rightarrow AC^2 = 15^2 + 8^2 + 2\cdot5\cdot8 - 9 = 225 + 64 + 80 - 9 = 360$$

$$\rightarrow AC = (360)^{½} = 18.9737$$

Следует **обратить внимание** на то, что с помощью формулы теоремы цикличности можно определить значение большей стороны косоугольного треугольника. Для прямоугольного треугольника эта операция выполняется с помощью формулы Пифагора $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

2. Пусть с = 4 $\rightarrow b = B – c = 8 – 4 = 4$, $d = A – c = 15 – 4 = 11$

$$\rightarrow 2bd = 2\cdot4\cdot11 = 88$$

$$\rightarrow AC^2 = 15^2 + 8^2 + 2\cdot4\cdot11 - 16 = 225 + 64 + 88 - 16 = 361$$

$$\rightarrow AC = (361)^{½} = 19.$$

3. Пусть с = 5 $\rightarrow b = B – c = 8 – 5 = 3$, $d = A – c = 15 – 5 = 10$

$$\rightarrow 2bd = 2\cdot3\cdot10 = 60$$

$$\rightarrow AC^2 = 15^2 + 8^2 + 2\cdot3\cdot10 - 16 = 225 + 64 + 60 - 25 = 324$$

$$\rightarrow AC = (324)^{½} = 18.$$

4. Пусть с = 6 $\rightarrow b = B – c = 8 – 6 = 2$, $d = A – c = 15 – 6 = 9$

$$\rightarrow 2bd = 2\cdot2\cdot9 = 36$$

$$\rightarrow AC^2 = 15^2 + 8^2 + 2\cdot2\cdot9 - 36 = 225 + 64 + 36 - 36 = 289$$

$$\rightarrow AC = (289)^{½} = 17$$

В этом случае $\rightarrow 2bd - c^2 = 36 – 36 = 0$, т.е. получили прямоугольный треугольник и $\rightarrow AC^2 = AB^2 + BC^2$.

Т.о. с помощью формулы теоремы цикличности решается первая часть поставленной задачи , а именно при различных значениях числа " с ", определяется треугольник, имеющий в качестве двух сторон – два исходных числа и однозначное значение третьей стороны.

Вторая части задачи решается с помощью итерационных формул (см. сайт fgg-fil1.narod.ru\fmat3.doc.). При этом, в случае если в результате задания "с ", имеет место косоугольный треугольник , то необходимо его дополнить до прямоугольного и далее применить итерационные формулы.

Для упрощения записей формул примем обозначения

A = X, B = Y , AC = Z

Подмножества пар чисел родственных исходной паре X =A,Y = B можно сформировать с помощью итерационных формул

$$E_1=: \begin{cases} X_{11}=2Z_o+2X_o+Y_o \\ Y_{11}=2Z_o+X_o+2Y_o \\ Z_{11}=3Z_0+2X_o+2Y_o \end{cases} \qquad (9)$$

$$E_2=: \begin{cases} X_{12}=2Z_o-2X_o+Y_o \\ Y_{12}=2Z_o-X_o+2Y_o \\ Z_{12}=3Z_0-2X_o+2Y_o \end{cases} \qquad (10)$$

$$E_3=: \begin{cases} X_{13}=2Z_o+2X_o-Y_o \\ Y_{13}=2Z_o+X_o-2Y_o \\ Z_{13}=3Z_0+2X_o-2Y_o \end{cases} \qquad (11)$$

$$E_4=: \begin{cases} X_{14}=| 2Z_o-2x_o-y_o | \\ Y_{14}=|2Z_o-X_o-2Y_o| \\ Z_{14}=3Z_0-2X_o-2Y_o. \end{cases} \qquad (12)$$

Здесь, с помощью формул (9), (10), (11) можно реализовать операцию анаболизма (подъема) по дереву подмножества треугольников в которых численные значения сторон имеют непосредственную связь с исходной парой данных. Формулы (12) дают возможность реализации операции катаболизма для исходной пары данных.
Таким образом поставленная задача решена.

ВЫВОДЫ

1. **Для любого треугольника имеет место формула теоремы цикличности, т.е.**
   $$AC^2 = AB^2 + BC^2 + (2db - c^2),$$
   где AC, AB, BC - значения сторон треугольника
   $d = AC - AB$, $b = AC - BC$, $c = AB + BC - AC$.
2. **Для любой исходной пары значений чисел A, B, задание третьего числа “ c “ является достаточным для однозначного определения треугольника в котором две стороны имеют значения равные исходной паре данных.**
3. **Метод определения подмножества треугольников на основе пары исходных данных и задании одного числа “ c “ может найти практическое применение для кодирования информации.**

Автор с благодарностью примет все предложения, замечания и оценки по данной работе.

E – Mail: fgg-fil1@ narod.ru

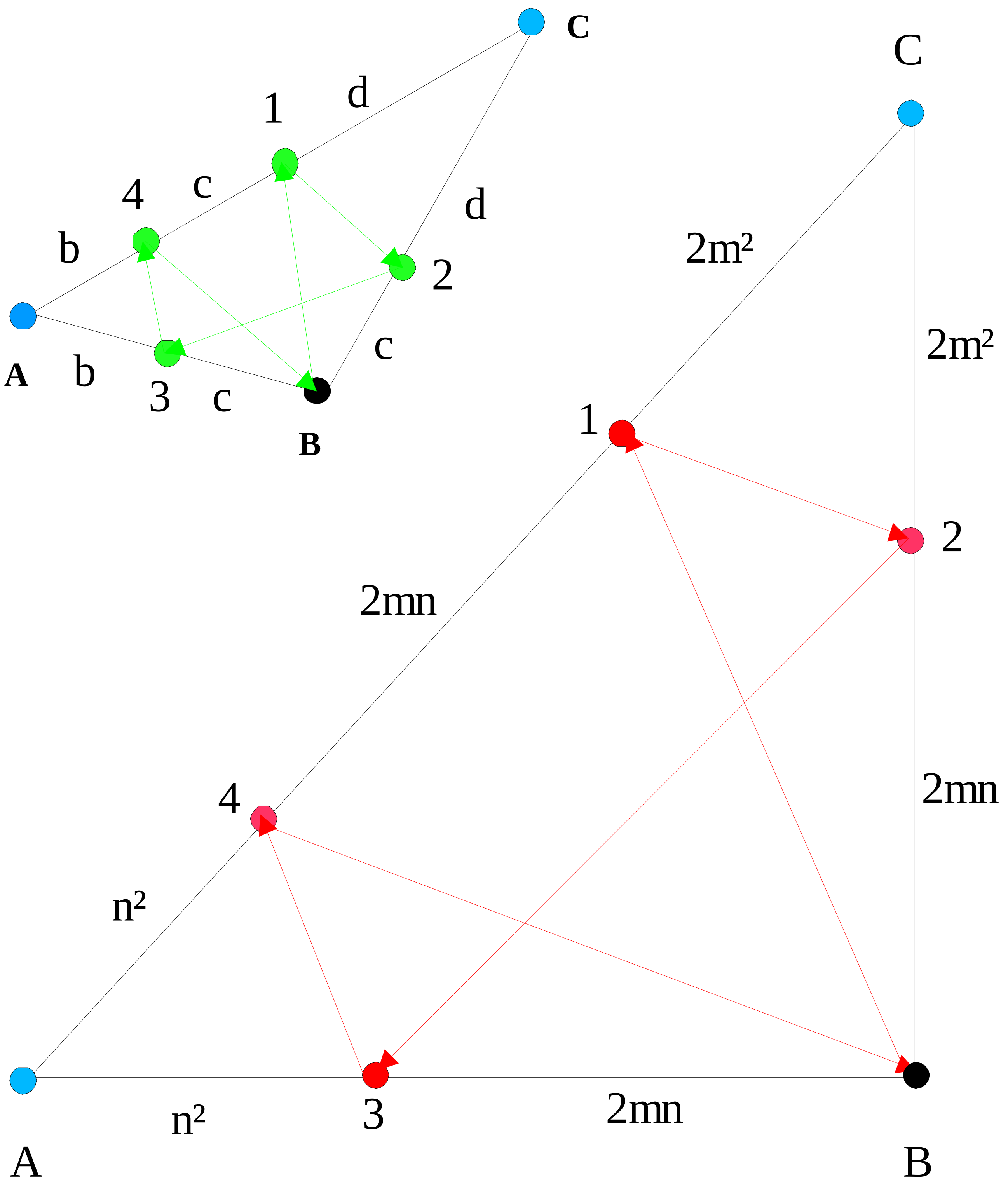

Рис.1 Замкнутый цикл процедуры взаимного вычитания сторон треугольника

1.AB – EF = b , 2. DC – EF =d , 3. EF = c

4. AB = b + c, DC = d + c , AC = b + d + c

$AC^2 = AB^2 + DC^2 + 2db - c^2$

Для прямоугольного треугольника $c = (2db)^{1/2}$

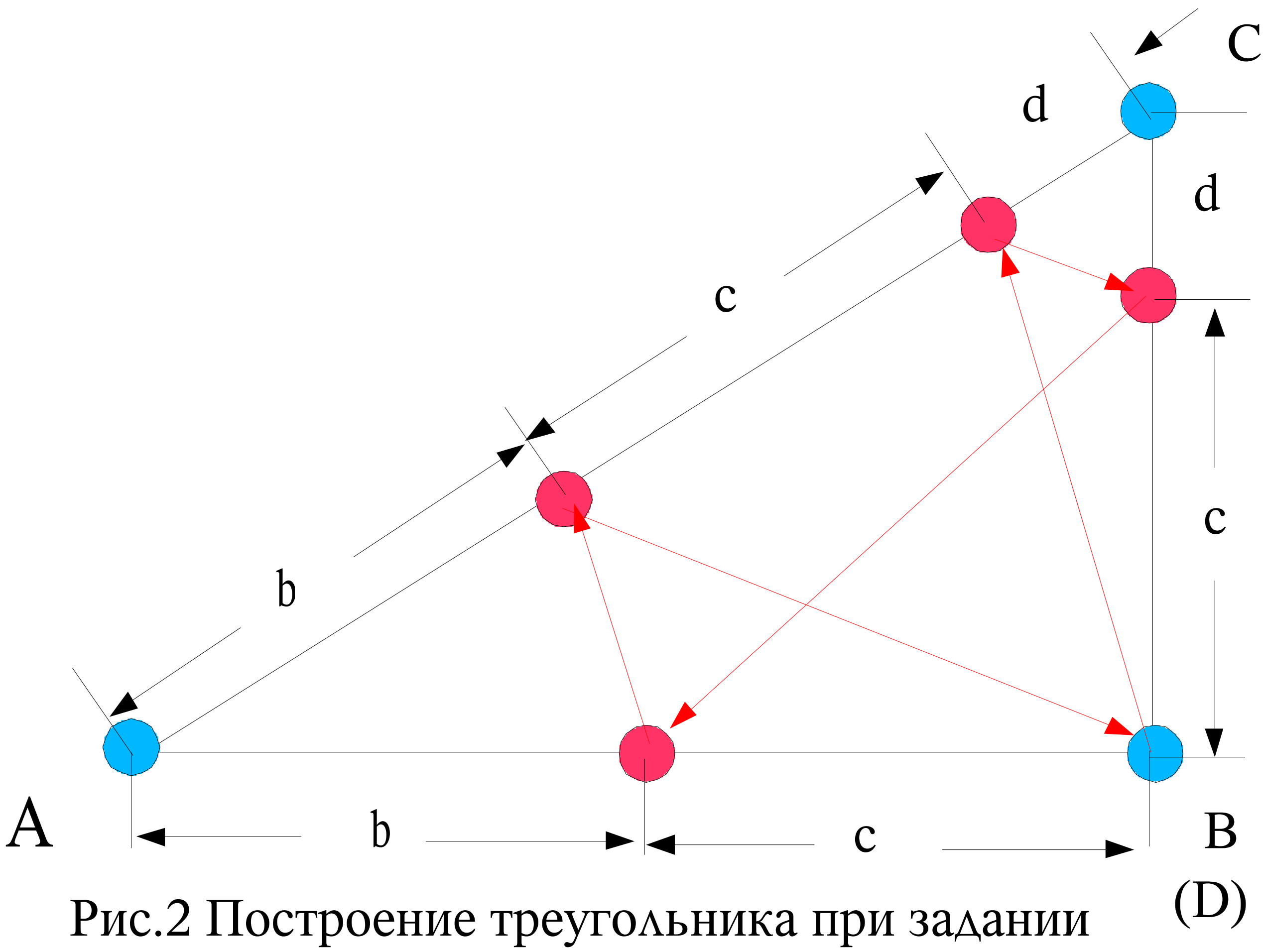

Рис.2 Построение треугольника при задании произвольного отрезка “ c “.